

УДК 621.3

М. Г. ПАНТЕЛЯТ, Ю. В. ГУРЕНЦОВ

## СКИНЧЕНОЕЛЕМЕНТНИЙ АНАЛІЗ РОЗПОДІЛУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ ІНДУКЦІЙНОЇ КУХОННОЇ ПЛИТИ

З використанням пакета програм EleFAnT2D, розробленого в Інституті основ та теорії електротехніки Технічного університету м. Грац, Австрія, виконано комп'ютерне моделювання електромагнітних процесів в побутових індукційних плитах різних конструкцій. Розрахунок електромагнітного поля виконується у двовимірній постановці методом скінчених елементів з використанням векторного магнітного потенціалу. Досліджено вплив ряду факторів (геометрія індукторної системи, частота струму в індукторі) на розподіл електромагнітного поля та вихрових струмів у конструктивних елементах плит і посуді, що нагрівається. Уточнені результати інженерного розрахунку індукторів плит різних конструкцій за методикою, запропонованою раніше.

**Ключові слова:** індукційна кухонна плита, електромагнітне поле, комп'ютерне моделювання, метод скінчених елементів.

С использованием пакета программ EleFAnT2D, разработанного в Институте основ и теории электротехники Технического университета г. Грац, Австрия, выполнено компьютерное моделирование электромагнитных процессов в бытовых индукционных плитах различных конструкций. Расчет электромагнитного поля выполняется в двухмерной постановке методом конечных элементов с использованием векторного магнитного потенциала. Исследование влияния ряда факторов (геометрия индукторной системы, частота тока в индукторе) на распределение электромагнитного поля и вихревых токов в конструктивных элементах плит и нагреваемой посуде. Уточнены результаты инженерного расчета индукторов плит различных конструкций по предложенной ранее методике.

**Ключевые слова:** индукционная кухонная плита, электромагнитное поле, компьютерное моделирование, метод конечных элементов.

Using EleFAnT2D code developed at the Institute for Fundamentals and Theory in Electrical Engineering, Graz University of Technology, Graz, Austria computer modeling of electromagnetic processes in various designs of induction cookers is carried out. Electromagnetic field calculation is carried out in 2D formulation by the Finite Element Method using a magnetic vector potential. Influence of a number of factors (geometry of the inductor system, frequency of current in the inductor) on the electromagnetic field and eddy current distributions in the induction cookers' structural parts and dishes is investigated. Results of engineering calculation of various induction cookers' inductors by the technique proposed earlier are corrected.

**Key words:** induction cooker, electromagnetic field, computer simulation, the Finite Element Method.

**Вступ.** В роботі [1] авторами розроблено та апробовано інженерну методику розрахунку та проектування основного конструктивного елементу індукційної кухонної плити – індуктору (плоскої одновиткової або багатовиткової котушки, при протіканні по якій змінного струму створюється електромагнітне поле, яке індуктує в свою чергу вихрові струми в посуді, що нагрівається). Основні результати розрахунку індуктора (геометрія, електричні та енергетичні величини, кількість витків) повинні бути перевірені та уточнені шляхом комп'ютерного моделювання розподілу електромагнітного поля індукційної плити в процесі її роботи. Авторами запропонована математична модель та методика чисельного аналізу електромагнітних процесів в індукційних плитах методом скінчених елементів [2]. Чисельні дослідження розподілу електромагнітного поля індукційних кухонних плит розпочато під час переддипломної практики студентів кафедри "Електричні апарати" Електромашинобудівного факультету Національного технічного університету "ХПІ" в Інституті основ та теорії електротехніки Технічного університету м. Грац, Австрія з використанням пакета програм EleFAnT2D [3], розробленого у зазначеному Інституті. Виконання розрахунків продовжується на кафедрі "Електричні апарати" Національного технічного університету "ХПІ" за допомогою вказаного програмного забезпечення, люб'язно наданого розробниками. В даній роботі описано та проаналізовано отримані попередні результати комп'ютерного моделювання, що демонструють область використання та можливості розробленої методики.

**Мета роботи** – апробація розробленої методики комп'ютерного моделювання електромагнітних процесів в індукційних кухонних плитах методом скінчених елементів, попередній аналіз отриманих чисель-

них результатів, уточнення результатів інженерного розрахунку індукторів плит різних конструкцій.

**Математична модель електромагнітних процесів в індукційних плитах** детально описана в [2]. Чисельний аналіз розподілу електромагнітного поля індукційної кухонної плити виконується у двовимірній постановці (значно більш складна тривимірна постановка та відповідне програмне забезпечення можуть бути використані пізніше для уточнення отриманих результатів) у декартовій системі координат. Розрахунок електромагнітного поля доцільно виконувати з використанням векторного магнітного потенціалу  $A$ , який має лише одну просторову компоненту  $A(x,y,t) = A_z(x,y,t)$ . При цьому робиться припущення, що вектор щільності струмів провідності  $J$  також має лише одну відповідну компоненту, тобто електричний струм у конструкції протікає у напрямку, перпендикулярному перетину конструкції, що розглядається. Оскільки при математичному моделюванні електромагнітного поля в індукційних кухонних плитах розглядається сталий режим роботи плити (струм та електромагнітне поле змінюються у часі за гармонійним законом), розв'язується наступне рівняння у часткових похідних у комплексній формі [2, 4]:

$$j\omega\gamma\dot{A} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial \dot{A}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial \dot{A}}{\partial y} \right) + J_0, \quad (1)$$

де  $\mu$  – магнітна проникність матеріалу;  
 $\gamma$  – питома електрична провідність матеріалу,  
 $j$  – уявна одиниця;  
 $\omega = 2\pi f$  – кругова частота;  
 $f$  – частота струму в індукторі індукційної плити,  
 $J_0$  – щільність струму стороннього джерела.

Рівняння (1) розв'язується з метою розрахунку просторового розподілу електромагнітного поля у так званій індукторній системі індукційної кухонної плити.

ти, яка схематично зображена на рис. 1 та за аналогією з промисловими індукційними нагрівачами складається з наступних конструктивних елементів [2]:

- одновитковий або багатовитковий плоский індуктор 1 (на рис. 1 в якості приклада зображено одновитковий індуктор);
- посуд, що нагрівається, 2;
- магнітопровід 3;
- діелектрик (повітря) 4;
- штучна віддалена границя 5 у діелектрику (повітрі), на якій задано нульові граничні умови для векторного магнітного потенціалу.

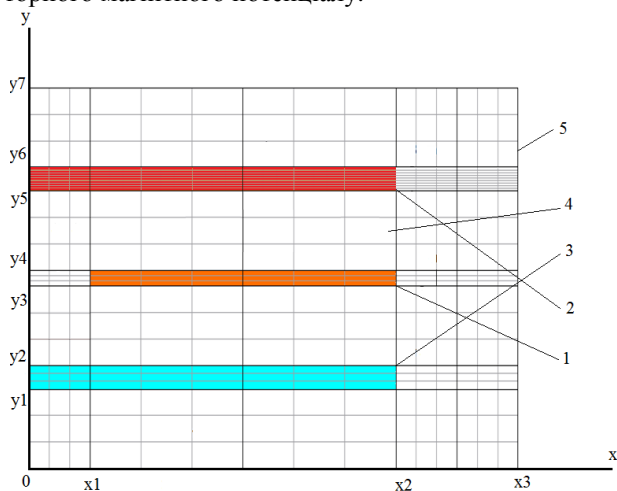


Рис. 1 – Спрощена розрахункова модель індукторної системи побутової індукційної плити

Спрощена розрахункова область, зображена на рис. 1, побудована з урахуванням наявної геометричної симетрії конструкції, а також симетричного розподілу електромагнітного поля в ній: віссю симетрії є вертикальна вісь ординат  $Oy$ , отже розрахунок виконується лише для половини індукторної системи, що дозволяє суттєво зменшити обчислювальні витрати, необхідні для комп'ютерного розв'язання задачі.

Рівняння у часткових похідних (1) розв'язується з відповідними граничними умовами, детально описаними в [2]. Для виконання розрахунків у вихідних даних задається наступна інформація:

1) геометричні розміри половини конструкції індукторної системи індукційної кухонної плити  $x_1$ ,  $x_2$  та  $y_1$ – $y_6$  (див. рис. 1).

2) величини питомої електричної провідності у провідникових матеріалів, з яких виготовлено індуктор 1, посуд 2 та магнітопровід 3 (див. рис. 1)

3) магнітні властивості феромагнітних матеріалів, з яких виготовляють посуд 2 та магнітопровід 3

4) величина амплітуди щільності струму та частота струму в індукторі 1.

Розрахунки виконуються за допомогою програмного комплексу EleFAnT2D [3], розробленого в Інституті основ та теорії електротехніки Технічного університету м. Грац, Австрія. Можливо також використання інших програмних продуктів, призначених для розрахунку електромагнітних полів у двовимірній постановці (наприклад, [5]).

**Результати розрахунків і їх попередній аналіз.** Комп'ютерне моделювання електромагнітних процесів в індукційних кухонних плитах розпочато з розг-

ляду традиційної конструкції індукторної системи, розрахункова модель якої зображена на рис. 2. Розрахункова область, що розглядається, включає в себе:

- одновитковий або багатовитковий плоский індуктор (на рис. 2 в якості приклада зображено двовитковий індуктор), виготовлений з міді
- посуд, що нагрівається (сковорода з феромагнітної магнітом'якої сталі)
- феритовий магнітопровід
- діелектричні підобласті
- штучна віддалена границя у діелектрику (повітрі), на якій задано нульові граничні умови для векторного магнітного потенціалу.

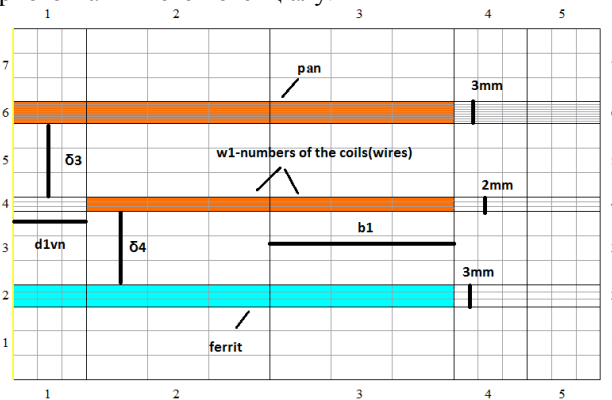


Рис. 2 – Розрахункова модель традиційної індукторної системи побутової індукційної плити

Метою комп'ютерного моделювання є перевірка та уточнення результатів, отриманих з використанням інженерної методики розрахунку та проектування індукторів індукційних кухонних плит, розробленої раніше [1]. Вихідні дані для виконання досліджень наведені в табл. 1 [1]. Розрахунки виконуються стосовно до сковорід великого і малого діаметра (24 см і 12 см, відповідно) для мінімальної (20 кГц) і максимальної (100 кГц) частот електромагнітного поля, що використовується в сучасних індукційних кухонних плитах [1]. Відповідно до технічних характеристик індукційних плит, варіюється також потужність, що виділяється в посуді (2,0 кВт і 3,3 кВт), а також температура нагріву посуду (100°C і 280°C). Таким чином, виконується розрахунок двох індукторів (великого і малого діаметру для нагріву відповідного посуду) для застосування або у відповідних одноконфорочних індукційних плитах, або в одній двоконфорочній плиті з конфорками різного діаметру.

Таблиця 1 – Вихідні дані для виконання розрахунків

Номер варіанту	1	2
Діаметр днища посуду $d_2$ , м	0,12	0,24
Товщина стінки посуду $\delta_2$ , м	0,003	0,004
Питомий електричний опір сталі посуду при 20 °C $\rho$ , Ом·м	$18,9 \cdot 10^{-8}$	$18,9 \cdot 10^{-8}$
Температура нагріву посуду $t_2$ , °C	100	280
Питомий електричний опір сталі посуду при заданій температурі нагріву посуду $\rho_2$ , Ом·м	$23,8 \cdot 10^{-8}$	$38,16 \cdot 10^{-8}$
Частота електромагнітного поля $f$ , кГц	100	20
Напруга на індукторі $U_1$ , В	220	220
Потужність, яка виділяється в посуді $P_2$ , кВт	2,0	3,3

Виконано багатоваріантні розрахунки розподілу

електромагнітного поля в індукторній системі, що зображена на рис. 2. При цьому варіювались такі параметри, як сила струму в індукторі, його частота, товщина індуктора, сковороди та магнітопровода, кількість витків індуктора  $w_1$ , внутрішній діаметр індуктора  $d_{1\text{вн}}$ , ширина вітка індуктора  $b_1$ , зазор між індуктором та посудом  $\delta_3$ , зазор між індуктором та феритовим магнітопроводом  $\delta_4$  (див. рис. 2). Результати комп'ютерного моделювання представлені у вигляді просторового розподілу модулю амплітудного значення індукції магнітного поля  $B$  у розрахунковій області, що розглядається (див. рис. 2), а також просторового розподілу модулю амплітудної величини щільності вихрових струмів у посуді, що нагрівається, та феритовому магнітопроводі. Приклади розподілів, отриманих в якості чисельних результатів, наведені на рис. 3, 4.

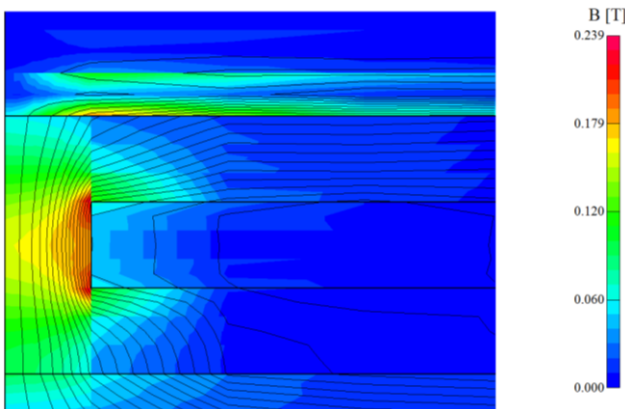


Рис. 3 – Просторовий розподіл індукції магнітного поля для випадку  $w_1=3$ ,  $d_{1\text{вн}}= 2$  мм,  $b_1= 19$  мм,  $\delta_3= 2$  мм,  $\delta_4= 2$  мм

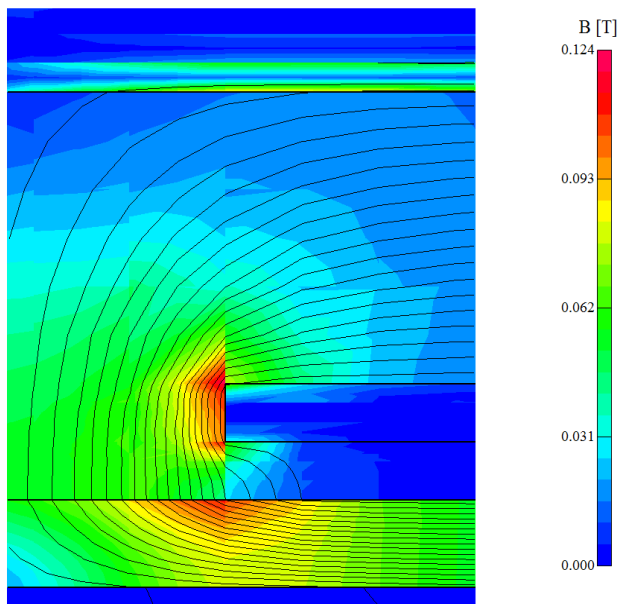


Рис. 4 – Просторовий розподіл індукції магнітного поля для випадку  $w_1=3$ ,  $d_{1\text{вн}}= 10$  мм,  $b_1= 16$  мм,  $\delta_3= 10$  мм,  $\delta_4= 2$  мм

Аналіз отриманих чисельних результатів дозволив знайти та виправити помилку у величинах сили струму в індукторі та деяких енергетичних величин, розрахованих з використанням інженерної методики розрахунку, запропонованої в [1]. Уточнені результати розрахунку та проектування індукторів індукцій-

них кухонних плит для обох варіантів вихідних даних (див. вище) наведені у табл. 2.

Таблиця 2 – Уточнені результати розрахунків за інженерною методикою

Номер варіанту	1	2
Зовнішній діаметр індуктора $d_{1\text{н}}$ , м	0,12	0,24
Внутрішній діаметр індуктора $d_{1\text{вн}}$ , м	0,04	0,04
Зазор між індуктором та посудом $\delta_3$ , м	0,01	0,01
Товщина індуктора $\delta_1$ , м	$0,29 \cdot 10^{-3}$	$0,5 \cdot 10^{-3}$
Питома поверхнева потужність в посуді $p_{02}$ , кВт/м <sup>2</sup>	199	75,1
Напруженість магнітного поля на поверхні посуду $H_{02}$ , А/м	$1,55 \cdot 10^4$	$0,99 \cdot 10^4$
Коефіцієнт зв'язку $k_{\text{св}}$	0,235	0,253
Активна потужність в індукторі $P_1$ , кВт	2,058	1,49
Реактивна потужність в індукторі $P_{Q1}$ , кВАр	2,058	1,49
Реактивна потужність в посуді $P_{Q2}$ , кВАр	1,2	1,98
Реактивна потужність в зазорі $P_{Q3}$ , кВАр	1,968	0,553
Активна потужність системи "індуктор-посуд" $P_{\Sigma}$ , кВт	0,041	0,048
Реактивна потужність системи "індуктор-посуд" $P_{Q\Sigma}$ , кВАр	2,0	0,588
Повна потужність системи "індуктор-посуд" $P_{S\Sigma}$ , кВА	2,0	0,59
Електричний ККД $\eta_{\Sigma}$	0,493	0,688
Коефіцієнт потужності $\cos\phi$	0,02	0,08
Струм індуктора $I_1$ , А	9,09	2,68
Число витків індуктора $w_1$	2	12
Ширина витка з ізоляцією $b_1$ , м	0,02	0,0095

На рис. 5 наведено вдосконалену індукторну систему індукційної кухонної плити, що розглядається у подальших чисельних дослідженнях. Розглядаються сучасні сковороди, призначені саме для індукційних кухонних плит, – алюмінієві сковороди, що мають зі сторони індуктору феромагнітний шар, який потрібен для отримання відповідного розподілу електромагнітного поля та вихрових струмів у дніщі сковороди.

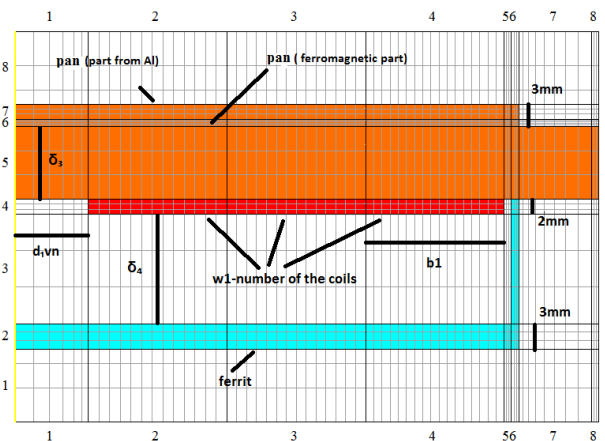


Рис. 5 – Модифікована розрахункова модель індукторної системи побутової індукційної плити

Крім того, феритовий магнітопровід має конструкцію, що дозволяє значно підвищити його екрануючу здат-

ність, отже знизити розсіяння електромагнітного поля індуктора в оточуючий простір з метою підвищення коефіцієнта корисної дії індукційної плити.

Розрахункова область включає в себе (див. рис. 5):

- одновитковий або багатовитковий плоский індуктор (на рис. 5 в якості приклада зображено тривитковий індуктор), виготовлений з міді
- посуд, що нагрівається (алюмінієва сковорода з феромагнітним шаром, див. вище)
- феритовий магнітопровід покращеної конструкції (див. вище)
- діелектричні підобласті
- штучна віддалена границя у діелектрику (повітрі), на якій задано нульові граничні умови для векторного магнітного потенціалу

Досліджувався вплив частоти струму в індукторі на електромагнітні процеси в індукційній плиті та посуді, що нагрівається. Розглядалась індукторна система (див. рис. 5) з параметрами  $w_1=3$ ,  $d_{1m}=2$  мм,  $b_1=16$  мм,  $\delta_3=2$  мм,  $\delta_4=2$  мм. Отримані результати розрахунків у вигляді просторового розподілу модулю амплітудного значення індукції магнітного поля  $B$ , а також просторового розподілу модулю амплітудної величини щільності вихрових струмів у правій частині сковороди наведено на рис. 6-11.

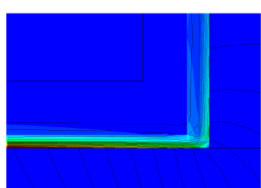


Рис. 6 – Розподіл індукції магнітного поля (частота 20 кГц)

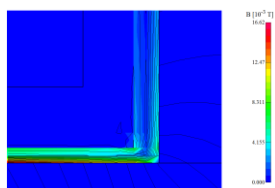


Рис. 7 – Розподіл індукції магнітного поля (частота 50 кГц)

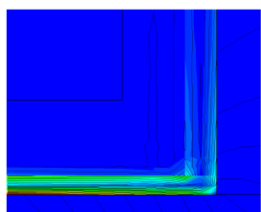


Рис. 8 – Розподіл індукції магнітного поля (частота 100 кГц)

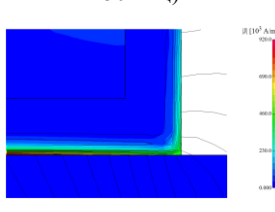


Рис. 9 – Розподіл щільності вихрових струмів (частота 20 кГц)

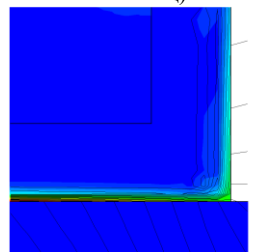


Рис. 10 – Розподіл щільності вихрових струмів (частота 50 кГц)

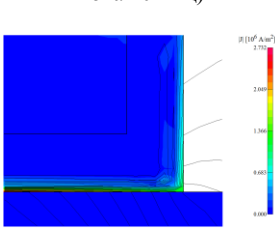


Рис. 11 – Розподіл щільності вихрових струмів (частота 100 кГц)

Аналіз отриманих результатів показує суттєвий прояв явища поверхневого ефекту (скін-ефекту) в процесі нагріву посуду, у відповідності до якого електромагнітне поле та індуквані ним вихрові струми концентруються у тонкому шарі під поверхнею сковороди. З підвищенням частоти електромагнітних

коливань товщина цього шару зменшується і зростає максимальна величина щільності вихрових струмів у посуді. Подальші висновки щодо впливу частоти струму в індукторі на процес нагріву посуду можуть бути зроблені за результатами комп'ютерного моделювання зв'язаних електромагнітних та теплових процесів у індукційних кухонних плитах за розробленою методикою [6, 7].

**Висновки.** З використанням розробленої раніше методики виконано комп'ютерне моделювання електромагнітних процесів у двох конструкціях побутових індукційних кухонних плит. Це дозволило уточнити результати інженерного розрахунку індукторів плит різних конструкцій за методикою, запропонованою раніше. Досліджено вплив ряду факторів (геометрія індукторної системи, частота струму в індукторі) на розподіл електромагнітного поля та вихрових струмів у конструктивних елементах плит і посуді, що нагрівається. Детальний аналіз отриманих чисельних результатів буде виконаний у наступних роботах.

#### Список літератури

1. Пантелят М.Г., Гуренцов Ю.В., Трофімов А.В. Методика розрахунку індукторів індукційних кухонних плит // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми удосконалення електричних машин і апаратів. Теорія і практика. – Х.: НТУ "ХПІ", 2014. – № 20 (1063). – С. 13-24.
2. Пантелят М.Г., Гуренцов Ю.В. Методика комп'ютерного моделювання методом скінчених елементів розподілу електромагнітного поля індукційної кухонної плити // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми удосконалення електричних машин і апаратів. Теорія і практика. – Х.: НТУ "ХПІ", 2014. – № 41 (1084). – С. 16-24.
3. <http://www.igte.tugraz.at/de/elefant/elefant.html>.
4. Демірчян К.С. Моделирование магнитных полей. – Л.: Энергия, 1974. – 288 с.
5. Pantelyat M.G., Féliachi M. Magneto-thermo-elastic-plastic simulation of inductive heating of metals // The European Physical Journal Applied Physics. – 2002. – v. 17. – P. 29-33.
6. Пантелят М.Г., Трофімов А.В. Методика скінченоеlementного аналізу теплового стану індукційної кухонної плити та посуду, що нагрівається // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми удосконалення електричних машин і апаратів. Теорія і практика. – Х.: НТУ "ХПІ", 2015. – № 13 (1122). – С. 36-44.
7. Пантелят М.Г., Трофімов А.В. Методика мультифізичного аналізу зв'язаних електромагнітних і теплових процесів в індукційній кухонній плиті та посуді, що нагрівається // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми удосконалення електричних машин і апаратів. Теорія і практика. – Х.: НТУ "ХПІ", 2015. – № 42 (1151). – С. 3-7.

#### Referenses (transliterated)

1. Pantelyat M.H., Hurentsov Yu.V., Trofimov A.V. Metodyka rozrakhunku induktoriv induktsiynykh kukhonnykh plyt. Visnyk NTU "KhPI". Seriya: Problemy udoskonalennya elektrychnykh mashyn i aparativ. Teoriya i praktyka. Kharkov: NTU "KhPI", 2014. No 20 (1063). P. 13-24.
2. Pantelyat M.H., Hurentsov Yu.V. Metodyka komp'yuternoho modelyuvannya metodom skinchenykh elementiv rozpodilu elektromagnitnoho polya induktsiynoyi kukhonnoyi plyty. Visnyk NTU "KhPI". Seriya: Problemy udoskonalennya elektrychnykh mashyn i aparativ. Teoriya i praktyka. Kharkov: NTU "KhPI", 2014. No 41 (1084). P. 16-24.
3. <http://www.igte.tugraz.at/de/elefant/elefant.html>.
4. Demirchyan K.S. Modelyrovanye mahnytnykh poley. L.: Enerhiya, 1974. 288 p.
5. Pantelyat M.G., Féliachi M. Magneto-thermo-elastic-plastic simulation of inductive heating of metals. The European Physical Journal Applied Physics. – 2002. – v. 17. – P. 29-33.
6. Pantelyat M.H., Trofimov A.V. Metodyka skinchenoelement-noho analizu teplovoho stanu induktsiynoyi kukhonnoyi plyty ta posudu, shcho nahrivayet'sya. Visnyk NTU "KhPI". Seriya: Problemy

- udoskonalennya elektrychnykh mashyn i aparativ. Teoriya i praktyka. Kharkov: NTU "KhPI", 2015. No 13 (1122). P. 36-44.
7. *Pantelyat M.H., Trofimov A.V.* Metodyka mul'tyfizychnoho analizu zv'yazanykh elektromahnitnykh i teplovykh protsesiv v induktsiyniy kukhonniy plyti ta posudi, sheho nahrivayet'sya. Visnyk NTU "KhPI". Seriya: Problemy udoskonalennya elektrychnykh mashyn i aparativ. Teoriya i praktyka. Kharkov: NTU "KhPI", 2015. No 42 (1151). P. 3-7.
- Надійшла (received) 01.09.16*

*Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions*

**Скінченоеlementний аналіз розподілу електромагнітного поля індукційної кухонної плити / М. Г. Пантелія, Ю. В. Гуренцов** // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми удосконалення електричних машин і апаратів. – X. : НТУ "ХПІ", 2016. – № 32 (1204). – С. 32-36. Бібліогр.: 7 назв. – ISSN 2079-3944.

**Конечноэлементный анализ распределения электромагнитного поля индукционной кухонной плиты / М. Г. Пантелія, Ю. В. Гуренцов** // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми удосконалення електричних машин і апаратів. – X. : НТУ "ХПІ", 2016. – № 32 (1204). – С. 32-36. Бібліогр.: 7 назв. – ISSN 2079-3944.

**Finite Element analysis of the induction cooker electromagnetic field distribution / M.G. Pantelyat, Ju.V. Gurentsov** // NTU "KhPI". Series: Problems of Electrical Machines and Apparatus Perfection. – Kharkov : NTU "KhPI", 2016. – No 32 (1204). – P. 32-36. Bibliography: 7. – ISSN 2079-3944.

*Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors*

**Пантелія Михайло Гаррійович** – кандидат фізико-математичних наук, старший викладач кафедри електричних апаратів, Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", м. Харків; e-mail: m150462@yahoo.com.

**Пантелія Михаил Гарриевич** – кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры электрические аппараты, Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", м. Харьков; e-mail: m150462@yahoo.com.

**Pantelyat Michael Garrievich** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, senior lecturer in electrical equipment, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkov; e-mail: m150462@yahoo.com.

**Гуренцов Юрій Володимирович** – студент, Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут"; м. Харків.

**Гуренцов Юрий Владимирович** – студент, Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", г. Харьков.

**Gurentsov Yury Vladimirovich** – student, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkov;.