

В. А. СТРЕЛЬНИКОВА

ОСОБЕННОСТИ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА МАССИВНЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЗАГОТОВОК ИНДУКТОРАМИ С ФЕРРОМАГНИТНЫМИ СЕРДЕЧНИКАМИ

Проведен анализ электромагнитных процессов в системе «индуктор с ферромагнитным сердечником – массивная металлическая заготовка». Путем интегрирования уравнений Максвелла, решена электродинамическая задача для принятых крайне противоположных идеализаций: идеальной проводимости и «прозрачности» обрабатываемого металла для действующих полей. Получены аналитические выражения для полей и токов при условии различного наполнения внутренней полости инструмента электромагнитного воздействия. Впервые получены оценки влияния уровня намагниченности конструктивных элементов индуктора на интенсивность индукционного нагрева массивных металлов. Показано, что ферромагнетик в качестве основы катушки соленоида играет определяющую роль в формировании индуцированного сигнала, тогда как, наличие или отсутствие магнитных свойств у нагреваемого массивного объекта практически не влияет на амплитуды возбуждаемых вихревых токов. Это подтверждает возможность использования ферромагнетиков в качестве концентраторов поля для более интенсивного нагрева немагнитных металлов и металлов с низкой удельной электропроводностью. С практической точки зрения применение результатов исследования интересно для проведения численных оценок эффективности индукционного нагрева для ремонтных технологий автотранспорта, а также для создания эффективных систем индукционного нагрева с магнитными концентраторами различных конфигураций.

Ключевые слова: индукционный нагрев, вихревые токи, электромагнитное поле, ферромагнетик, индуктор, уравнения Максвелла, электродинамическая задача

В. А. СТРЕЛЬНИКОВА

ОСОБЛИВОСТІ ІНДУКЦІЙНОГО НАГРІВУ МАСИВНИХ МЕТАЛЕВИХ ЗАГОТОВОК ІНДУКТОРАМИ З ФЕРРОМАГНІТНИМИ СЕРДЕЧНИКАМИ

Проведено аналіз електромагнітних процесів в системі «індуктор з ферромагнітним сердечником – масивна металева заготовка». Шляхом інтегрування рівнянь Максвелла, вирішена електродинамічна задача для прийнятих вкрай протилежних ідеалізацій: ідеальної провідності і «прозорості» оброблюваного металу для діючих полів. Отримані аналітичні вирази для полів і струмів за умови різного наповнення внутрішньої порожнини інструменту електромагнітного впливу. Вперше отримані оцінки впливу рівня намагніченості конструктивних елементів індуктора на інтенсивність індукційного нагріву масивних металів. Показано, що ферромагнетик в якості основи катушки соленоїда грає визначальну роль у формуванні індукованого сигналу, тоді як, наявність або відсутність магнітних властивостей у масивного об'єкта, що нагрівається практично не впливає на амплітуди збуджуваних вихрових струмів. Це підтверджує можливість використання ферромагнетиків як концентраторів поля для більш інтенсивного нагріву немагнітних металів і металів з низькою питомою електропровідністю. З практичної точки зору застосування результатів дослідження цікаво для проведення чисельних оцінок ефективності індукційного нагріву для ремонтних технологій автотранспорту, а також для створення ефективних систем індукційного нагріву з магнітними концентраторами різних конфігурацій.

Ключові слова: індукційний нагрів, вихрові струми, електромагнітне поле, ферромагнетик, індуктор, рівняння Максвелла, електродинамічна задача

V. A. STRELNIKOVA

FEATURES OF INDUCTION HEATING OF A MASSIVE METAL BILLETS BY INDUCTORS WITH FERROMAGNETIC CORES

There has been conducted an analysis of electromagnetic processes in the system “inductor with a ferromagnetic core – a massive metal billet”. The electrodynamic problem was solved by the Maxwell's equations integrating for the adopted extremely opposite idealizations: ideal conductivity and “transparency” of the processed metal for the active fields. Analytical expressions for the fields and currents are obtained under the condition of different filling of the inductor inner hollow. For the first time, there have been obtained the estimates of the inductor structural elements magnetization level influence on the intensity of induction heating of massive metals. It is shown that a ferromagnet as the basis for solenoid winding plays a decisive role in the formation of an induced signal, whereas the presence or absence of magnetic properties of a heated massive object has almost no effect on the excited eddy currents amplitudes. This confirms the possibility of using ferromagnets as field concentrators for more intensive heating of nonmagnetic metals and metals with low electrical conductivity. From a practical point of view, the application of the research results is interesting for carrying out numerical estimates of the efficiency of induction heating for vehicle repair technologies, as well as for creating effective induction heating systems with magnetic concentrators of various configurations.

Key words: induction heating, eddy currents, electromagnetic field, ferromagnetic, inductor, Maxwell's equations, electrodynamic problem

Введение. Исходя из требований современности, индукционный нагрев по праву можно отнести к инновационным технологиям. Он сочетает в себе высокую скорость выполнения технологических операций, высокую автоматизацию процессов, экологичность и энергоэффективность в сравнении с традиционными методами обработки металлов. Физический смысл индукционного нагрева заключается сразу в нескольких явлениях, а именно: электромагнитная индукция, открытая Фарадеем;

выделение тепловой энергии в проводнике, по которому протекает ток, закон Джоуля-Ленца; поверхностный эффект, когда индуцированные токи вытесняются к поверхности проводника; магнитный гистерезис; эффект близости и кольцевой эффект [1].

Анализ литературы. Индукционный нагрев с каждым годом занимает все более значимые позиции в современной промышленности. Сегодня он используется не только для закалки деталей и плавки металлов [2], но и в нефтяной промышленности [3],

агропромышленных комплексах для производства продуктов питания [4] и в медицинских целях [5]. Применение индукционного нагрева металлов для ремонта транспортных средств позволяет выполнять достаточно обширный перечень производственных операций [6]. Например, предварительный нагрев деталей для дальнейшего механического воздействия, разъем соединений с натягом, удаление наклеек, сьем молдингов различного типа и т. п. [7]. Как правило, инструментами индукционного нагрева являются соленоиды различной геометрии: протяженные цилиндры, внутренняя полость которых является их рабочей поверхностью, плоские круговые катушки и т.п., намотка может проводиться как на диэлектрические, так и на ферромагнитные каркасы. Во втором случае, как известно из феноменологических соображений, ферромагнетик выступает в роли концентратора магнитного потока. Он повышает уровень электромагнитной связи между индуктором и обрабатываемым металлом (за счет снижения потерь при рассеивании электромагнитного поля в окружающую среду) и локализует эффективный нагрев в области расположенной непосредственно под инструментом [8, 9].

Повышение эффективности систем индукционного нагрева является важной проблемой, как с научной точки зрения, так и с практической. Поиск способов решения этой проблемы определяет актуальность выбора темы исследования. Как один из таких способов можно рассматривать вариацию материалов основы намотки соленоида. Работы, отражающие влияние электрофизических свойств материала заполнения соленоида на эффективность индукционного нагрева в современной научной периодике освещены недостаточно подробно.

Цели и задачи исследования. Анализ электромагнитных процессов в массивной металлической заготовке под воздействием поля плоского кругового соленоида с ферромагнитным сердечником. Оценка влияния магнитных свойств конструктивных элементов индуктора на интенсивность нагрева массивных металлических образцов.

Для достижения поставленных целей необходимо выполнить следующее:

- решить электродинамическую задачу в рамках заданных начальных и граничных условий и физических допущений, адекватных исследуемой системе;

- проанализировать полученные результаты в различных физических идеализациях, в рамках принятых допущений;

- оценить влияние магнитных свойств материала основы обмотки индуктора на эффективность нагрева обрабатываемого материала.

Расчетная модель функционирования системы. Представим реальную систему как адекватную модель из двух сред с различными электрофизическими характеристиками, в одной из которых расположен индуктор. Что бы избежать потерь на самоиндукцию и тепловых потерь вязанных с ней, основа обмотки индуктора выполняется либо из

диэлектрика, либо из шихтованной стали, либо из феррита. Электрофизические свойства этих материалов позволяют считать среду с индуктором непроводящей, но обладающей в той или иной степени магнитными свойствами, достаточными для концентрации поля. Вторая среда, в которой возбуждаются индуцированные токи, – это массивный металл, с произвольными электрофизическими характеристиками. Графически принятая модель представлена на рис. 1.

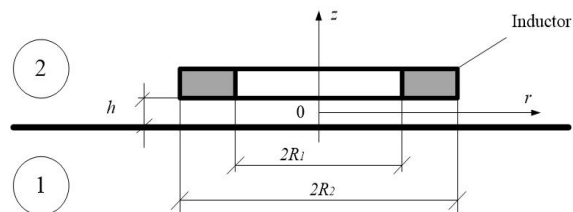


Рис. 1. Расчетная модель в цилиндрической системе координат: 1 – проводящая магнитная среда $\gamma_1 \neq 0$, $\mu_{r1} > 1$; 2 – непроводящая магнитная среда $\gamma_2 = 0$, $\mu_{r2} > 1$

Формулировка допущений:

1. Полупространство -1 , $z \in (-\infty, 0]$, проводящая магнитная среда – металл с удельной электропроводностью $\gamma_1 \neq 0$ и относительной магнитной проницаемостью $\mu_{r1} > 1$.

2. Полупространство -2 , $z \in [0, \infty)$, непроводящая (диэлектрическая) магнитная среда с удельной электропроводностью $\gamma_2 = 0$ и относительной магнитной проницаемостью $\mu_{r2} > 1$.

3. Имеет место азимутальная однородность $\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$.

4. Круговой индуктор из «w» витков пренебрежимо малой толщины, не влияющей на протекающие электромагнитные процессы, размещен над границей раздела выделенных сред на высоте $z = h$.

5. В индукторе протекает равномерно распределенный по радиусу гармонический во времени ток с плотностью $j_i(t)$. Его рабочая частота – ω удовлетворяет условию квазистационарности: $\frac{\omega}{c} \cdot l \ll 1$, где c – скорость света в вакууме, l – наибольший характерный размер системы.

Решение задачи с принятыми допущениями проведем аналогично работам [10–12], более подробное описание особенностей применяемого математического аппарата можно найти в [13].

Интегрирование уравнений Максвелла. Уравнения Максвелла для ненулевых составляющих напряженностей электромагнитного поля, преобразованные по Лапласу, имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial H_r(p,r,z)}{\partial z} - \frac{\partial H_r(p,r,z)}{\partial r} = j_\varphi(p,r,z), & (1) \\ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_\varphi(p,r,z)) = -\mu \cdot p \cdot H_z(p,r,z), & (2) \\ \frac{\partial E_\varphi(p,r,z)}{\partial z} = \mu \cdot p \cdot H_z(p,r,z), & (3) \end{cases}$$

где p – параметр преобразования Лапласа;
 $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$, μ_r – относительная магнитная проницаемость среды.

В пространстве отображений:

$$\begin{aligned} E_\varphi(p,r,z) &= L\{E_\varphi(t,r,z)\} \\ H_{r,z}(p,r,z) &= L\{H_{r,z}(t,r,z)\} \\ j_\varphi(p,r,z) &= L\{j_\varphi(t,r,z)\} \end{aligned}$$

В общем случае плотность тока в правой части уравнения (1) записывается в виде:

$$j_\varphi(p,r,z) = (p\varepsilon_0 + \gamma) \cdot E_\varphi(p,r,z) + j_{\varphi i}(p,r,z) \quad (4)$$

где $j_{\varphi i}(t,r,z)$ – плотность стороннего тока в индукторе,

$$j_{\varphi i}(p,r,z) = j_i(p) \cdot [\eta(r - R_1) - \eta(r - R_2)] \cdot \delta(z - h) \quad (5)$$

$$j_i(p) = L\{j_i(t)\}, \quad j_i(p) = \frac{I(p)}{R_2 - R_1}$$

$j_i(t)$ – амплитудно-временная зависимость плотности возбуждающего тока;

$\eta(r)$, $\delta(z)$ – ступенчатая функция Хевисайда и дельта-функция Дирака;

γ – удельная электропроводность среды с током;
 ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума.

Для анализа выделим области с однородными электрофизическими характеристиками:

Область 1– $z \leq 0, \gamma_1 \neq 0, \mu_{r1} > 1$;

Область 2– $z \geq 0, \gamma_2 = 0, \mu_{r2} > 1$.

Из системы (1) – (3) можно получить дифференциальные уравнения для азимутальной компоненты напряженности электрического поля, которое после интегрального преобразования Фурье-Бесселя, примет вид:

Для области 1,

$$\frac{d^2 E_\varphi^{(1)}(p,\lambda,z)}{dz^2} - q^2(p,\lambda) \cdot E_\varphi^{(1)}(p,\lambda,z) = 0 \quad (6)$$

где $E_\varphi^{(1)}(p,\lambda,z)$ – L-образ азимутальной компоненты напряженности электрического поля в области 1,

$$E_\varphi^{(1)}(p,\lambda,z) = \int_0^\infty E_\varphi^{(1)}(p,\lambda,z) \cdot J_1(\lambda \cdot r) r dr$$

λ – параметр интегрального преобразования Фурье-Бесселя,

$J_1(\lambda \cdot r)$ – функция Бесселя 1-го порядка,

$q(p,\lambda) = \sqrt{\lambda^2 + p(\mu_0 \mu_{r1}) \gamma_1}$ – параметр, имеющий смысл волнового числа.

Общий интеграл уравнения (6), удовлетворяющий условию ограниченности для $z \rightarrow -\infty$, имеет вид:

$$E_\varphi^{(1)}(p,\lambda,z) = A(p,\lambda) \cdot e^{q(p,\lambda,z)} \quad (7)$$

где $A(p,\lambda)$ – произвольная константа интегрирования.

Для области 2,

$$\frac{d^2 E_\varphi^{(2)}(p,\lambda,z)}{dz^2} - \lambda^2 \cdot E_\varphi^{(2)}(p,\lambda,z) = K(p,\lambda) \delta(z - h) \quad (8)$$

где $E_\varphi^{(2)}(p,\lambda,z)$ – L-образ азимутальной компоненты напряженности электрического поля в области 2,

$$E_\varphi^{(2)}(p,\lambda,z) = \int_0^\infty E_\varphi^{(2)}(p,\lambda,z) \cdot J_1(\lambda \cdot r) r dr$$

$$K(p,\lambda) = (\mu_0 \cdot \mu_{r2}) \cdot p \cdot j_i(p) \cdot F(\lambda)$$

$$F(\lambda) = \int_{R_1}^{R_2} r \cdot J_1(\lambda \cdot r) dr \quad \text{– Фурье-Бесселя образ}$$

функции равномерного радиального распределения тока в индукторе.

Общий интеграл уравнения (8) удовлетворяющий условию ограниченности для $z \rightarrow \infty$, имеет вид:

$$\begin{aligned} E_\varphi^{(2)}(p,\lambda,z) &= B(p,\lambda) \cdot e^{-\lambda z} + \frac{K(p,\lambda)}{\lambda} \times \\ &\times (\eta(z - h) \cdot \text{sh}(\lambda(z - h)) - 0,5 \cdot e^{\lambda(z - h)}) \end{aligned} \quad (9)$$

где $B(p,\lambda)$ – произвольная константа интегрирования.

Анализ электромагнитных процессов в различных физических идеализациях. Используя полученные общие интегралы (7) и (9) для напряженности электрического поля в двух областях, проведем анализ процессов в крайне противоположных физических идеализациях. Первая это воздействие инструментом индуктором на идеальный проводник, а вторая на «прозрачный» для действующих полей. Реальная ситуация, для обрабатываемого металла с конечным значением удельной электропроводности, имеет место между ними.

1. Воздействие электромагнитного поля на идеальный проводник. Наиболее простой результат анализа влияния магнитных свойств среды, с возбуждающим током, на индукционные процессы в металле можно получить в предположении его идеальной проводимости, считая $\gamma_2 \rightarrow \infty$.

Из граничного условия на поверхности раздела двух сред – $E_\varphi^{(2)}(p,\lambda,z=0) = 0$ можно легко определить произвольную постоянную интегрирования – $B(p,\lambda) = 0,5 \cdot e^{-\lambda z}$, после подстановки которой, в выражение (9), получаем:

$$\begin{aligned} E_\varphi^{(2)}(p,\lambda,z) &= \frac{K(p,\lambda)}{\lambda} \times \\ &\times [e^{-\lambda z} \text{sh}(\lambda,z) - \eta(z - h) \cdot \text{sh}(\lambda(z - h))] \end{aligned} \quad (10)$$

Из уравнения (3) находим тангенциальную компоненту вектора напряженности возбуждаемого магнитного поля:

$$H_r^{(2)}(p, \lambda, z) = \frac{K(p, \lambda)}{p(\mu_0 \mu_{r2})} \times \left[e^{-\lambda z} \operatorname{ch}(\lambda, z) - \eta(z-h) \cdot \operatorname{ch}(\lambda(z-h)) \right] \quad (11)$$

В выражении (11) положим $z = 0$. В полученном результате выполним обратные преобразования Фурье-Бесселя и Лапласа. После всех необходимых подстановок найдем линейную плотность тока, индуцированного в идеально проводящем металле и сконцентрированного на его граничной поверхности:

$$j_\phi^{(1)}(t, r) = -j_i(t) \cdot \int_0^\infty e^{-\lambda h} \cdot \left[\int_{R_1}^{R_2} r J_1(\lambda \cdot r) dr \right] J_1(\lambda \cdot r) \lambda d\lambda \quad (12)$$

Из (12) можно заключить следующее.

Первое. При $h \rightarrow 0$ индуцированный сигнал является зеркальным отображением возбуждающего тока в индукторе, что согласуется с известным фактом электродинамики и является показателем достоверности проведенного анализа:

$$J_\phi^{(2)}(t, r) = -j_i(t) \cdot [\eta(r-R_1) - \eta(r-R_2)]$$

Второе. Для плотности индуцированного сигнала отсутствуют характеристики магнитных свойств диэлектрической и проводящей сред (μ_{r1} и μ_{r2} соответственно). Поэтому, в принятой идеализации, которая практически соответствует режиму сверхвысоких частот протекающих процессов, когда в металле реализуется резкий поверхностный эффект, магнитные свойства выделенных сред не влияют на индукционные эффекты.

2. Оценка в реальном приближении. Что же касается анализа в случае конечного значения удельной электропроводности металла, то используя выведенные ранее зависимости, вначале определим тангенциальные составляющие напряженности возбуждаемого магнитного поля.

С помощью выражений (7), (9) и уравнения (3) находим, что для выделенных областей:

а) $z \leq 0$

$$H_r^{(1)}(p, \lambda, z) = \frac{q(p, \lambda)}{p(\mu_0 \mu_{r1})} \cdot A(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda, z)} \quad (13)$$

б) $z \geq 0$

$$H_r^{(2)}(p, \lambda, z) = \frac{\lambda}{p(\mu_0 \mu_{r1})} \left[-B(p, \lambda) e^{-\lambda z} + \frac{K(p, \lambda)}{\lambda} \times \left[\eta(z-h) \cdot \operatorname{sh}(\lambda(z-h)) - 0,5 e^{\lambda(z-h)} \right] \right] \quad (14)$$

Неизвестные $A(p, \lambda)$ и $B(p, \lambda)$ в выражениях для компонент вектора возбуждаемого электромагнитного поля можно определить из условий непрерывности тангенциальных составляющих напряженностей на границах раздела сред. Получаем систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} A(p, \lambda) = B(p, \lambda) - 0,5 e^{-\lambda h} \cdot \frac{K(p, \lambda)}{\lambda}; \\ - \left(\frac{q(p, \lambda) \cdot \mu_{r2}}{\lambda \mu_{r1}} \right) A(p, \lambda) = B(p, \lambda) + 0,5 e^{-\lambda h} \cdot \frac{K(p, \lambda)}{\lambda} \end{cases} \quad (15)$$

Из (15) находим, что

$$A(p, \lambda) = - \frac{K(p, \lambda) e^{-\lambda h}}{\left(\left(\frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}} \right) q(p, \lambda) + \lambda \right)} \quad (16)$$

Выражение (16) подставим в формулу (7). Результат помножим на удельную электропроводность металла $-\gamma_1$. После выполнения всех необходимых подстановок получим формулу для плотности индуцированного тока в пространстве изображений, определенных принятыми интегральными преобразованиями.

$$J_\phi^{(1)}(p, \lambda) = -((\mu_0 \mu_{r2}) \gamma_1) F(\lambda) e^{-\lambda h} \frac{p \cdot j_i(p) e^{q(p, \lambda) z}}{\left(\left(\frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}} \right) q(p, \lambda) + \lambda \right)} \quad (17)$$

Полный ток, индуцированный в металле, находится интегрированием выражения (17) по $z \in (-\infty, 0]$. С учетом его направления в принятой системе координат получаем, что

$$J_\phi(p, \lambda) = -((\mu_0 \mu_{r2}) \cdot \gamma_1) \cdot \frac{p \cdot j_i(p) \cdot F(\lambda) \cdot e^{-\lambda h}}{q(p, \lambda) \left(\left(\frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}} \right) q(p, \lambda) + \lambda \right)} \quad (18)$$

В выражении (18) выполним обратное интегральное преобразование Фурье-Бесселя. Получим, что

$$J_\phi(p, \lambda) = -((\mu_0 \mu_{r1}) \gamma_1) \int_0^\infty \frac{p \cdot j_i(p) \cdot F(\lambda) \cdot e^{-\lambda h}}{q(p, \lambda) \left(\left(\frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}} \right) q(p, \lambda) + \lambda \right)} \lambda J_1(\lambda r) d\lambda \quad (19)$$

В выражении (19) выполним предельный переход при $\gamma_1 \rightarrow \infty$. Получим, что

$$\lim_{\gamma_1 \rightarrow \infty} J_\phi(p, \lambda) = \left\| q(p, \lambda) \approx \sqrt{p \cdot (\mu_0 \mu_{r1}) \gamma_1} \rightarrow \infty \right\| = -j_i(p) \cdot F(\lambda) \cdot e^{-\lambda h} \quad (20)$$

Обратное преобразование Лапласа в выражении (20) после необходимых подстановок даст с точностью до обозначений ранее полученную зависимость (12), описывающую возбуждение вихревых токов в идеальном проводнике. Таким образом, выполненный предельный переход подтверждает достоверность проводимых вычислений для металла с реальным значением удельной электропроводности.

3. Воздействие электромагнитного поля на «прозрачный» проводник. Теоретически «прозрачность» металлического слоя толщиной d обеспечи-

вается при условии $\frac{\delta}{d} \gg 1$, где $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega(\mu_0 \mu_{r1}) \gamma_1}}$ –

эффективная глубина проникновения поля [12]. Отсюда соответствующий диапазон рабочих частот:

$\omega \ll \frac{2}{d^2(\mu_0 \mu_{r1}) \gamma_1}$. В случае металла как

полупространства где $d \rightarrow \infty$ и удельной электропроводностью $-\gamma_1$, «прозрачность» для

действующего поля может иметь место только при достаточно низкой проводимости, то есть при $\gamma_1 \rightarrow 0$.

Следует отметить, что практическая реализация данного режима не возможна физически. Вследствие массивности нагреваемого металла, идеализация «прозрачности» при его бесконечной протяженности требует выполнения хотя бы одного из двух условий. Первое из них, это стремление к нулю удельной проводимости металла, что скорее соответствует не проводнику, а диэлектрику. И второе, это стремление к нулю частоты возбуждающего сигнала, что соответствует постоянному току в обмотке индуктора, когда невозможны никакие индукционные эффекты.

Тем не менее, идеализация «прозрачности» интересна именно из практических соображений, поскольку, пусть качественно, но устанавливает возможные ориентиры для реализации индукционного нагрева достаточно массивных и плохо проводящих объектов.

Выполним в (18) предельный переход при $\gamma_1 \rightarrow 0$. После обратного преобразования Лапласа получим, что

$$J_\varphi(p, r) = -\frac{dj_i(t)}{dt} \cdot \frac{(\mu_0 \mu_{r2}) \cdot \gamma_1}{\left(\left(\frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}}\right) + 1\right)} \int_0^\infty \frac{F(\lambda) \cdot e^{-\lambda h}}{\lambda} J_1(\lambda R) dr \quad (21)$$

Приведем выражение (21) к виду, удобному для практических оценок.

Как правило, возбуждающий сигнал имеет гармоническую форму во времени, то есть, $j_i = j_{im} \cdot \sin(\omega t)$, где j_{im} – амплитуда плотности тока в индукторе. Соответственно, $\frac{dj_i(t)}{dt} = j_{im} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$ и максимум производной будет равен $-j_{im} \cdot \omega$.

Интегрированием выражения (21) по $r \in [0, R_2]$ можно найти величину тока, индуцированного в круге радиуса $-R_2$. Итак,

$$\int_0^{R_2} J_1(\lambda r) dr = \frac{1}{\lambda} (1 - J_0(\lambda R_2)).$$

Выполняя соответствующие подстановки в формулу (21), находим максимум тока индуцированного в металле при интенсивном проникновении возбуждаемого поля.

$$J_{\varphi m} = -j_{im} \frac{(\mu_0 \mu_{r2}) \cdot \gamma_1}{\left(\left(\frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}}\right) + 1\right)} \int_0^\infty \frac{F(\lambda) \cdot e^{-\lambda h}}{\lambda^2} (1 - J_0(\lambda R_2)) d\lambda \quad (22)$$

Зависимость от магнитных свойств выделенных сред определяется множителем β . Его величина устанавливает влияние намагниченности на процесс возбуждения индуцированного тока в металле образца.

$$\beta = \frac{\mu_{r2}}{\left(\left(\frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}}\right) + 1\right)} \approx \begin{cases} (0,5\mu_{r1,2}), & \text{при } \mu_{r2} \approx \mu_{r1} \\ \mu_{r1}, & \text{при } \mu_{r2} \gg \mu_{r1} \\ \mu_{r2}, & \text{при } \mu_{r2} \ll \mu_{r1} \end{cases} \quad (23)$$

Из оценок (23) следует, что:

1. При одинаковом уровне намагниченности сред (относительные магнитные проницаемости равны) количественная зависимость индуцированного тока определяется величиной, равной половине относительной магнитной проницаемости;

2. При намагниченности диэлектрической среды, намного превышающей намагниченность металла, количественно, индуцированный ток определяется величиной проницаемости только металла;

3. При намагниченности диэлектрической среды, намного меньшей намагниченности металла, индуцированный ток определяется величиной проницаемости диэлектрической среды (а не металла).

В терминах реального положения вещей следствия из (23) можно переформулировать таким образом:

Основы обмотки индуктора и металл не обладают магнитными свойствами, то есть $\mu_{r2} = \mu_{r1} = 1$. Естественно, что величина индуцированного тока определяется множителем $-\left(\frac{\mu_0}{2}\right)$.

Основы обмотки индуктора – магнитный материал $\mu_{r2} > 1$, но металл немагнитен $\mu_{r1} = 1$. Амплитуда индуцированного тока определяется множителем $-\mu_0$, не зависит от уровня намагниченности основы обмотки индуктора (величины $\mu_{r2} > 1$), но в 2 раза превышает аналог предыдущего случая немагнитной основы индуктора. Таким образом, уровень индуктивной связи системы «индуктор с магнитным заполнением – немагнитный металл» в 2 раза выше, за счет влияния магнитных свойств основы обмотки индуктора.

Основы обмотки индуктора и металл – ферромагнетики. В зависимости от уровней их намагниченности возможно определяющее влияние магнитных свойств, как основы обмотки, так и металла. Но множитель, определяющий амплитуду индуцированного тока, в отличие от ситуации с не ферромагнетиками, будет содержать уже относительную магнитную проницаемость отличную от единицы.

Выводы. Проведенный анализ в первую очередь связан с выявлением возможности повышения уровня электромагнитной связи между массивным металлическим объектом и источником поля в виде плоского кругового соленоида, при введении в его внутреннюю полость ферритового заполнения.

Основные результаты выполненного исследования заключаются в следующем:

1. Получены аналитические соотношения для характеристик электромагнитных процессов в массивном металлическом образце при возбуждении поля плоским соленоидом с ферритовым сердечником – инструментом индукционного нагрева в прогрессивных технологиях ремонта современного автотранспорта.

2. Обобщение результатов выполненного анализа показало, что в формировании индуцированного

сигнала определяющую роль играет уровень намагниченности среды с источниками магнитного поля, наличие или отсутствие магнитных свойств у металла нагреваемого массивного объекта практически не влияет на амплитуды возбуждаемых вихревых токов.

Список литературы

1. Кухлинг Х. Справочник по физике / Пер. с нем. – М.: Мир, 1982. – 520 с.
2. Слухоцкий А. Е. Установки индукционного нагрева – Л.: Энергоиздат, 1981. – 328 с.
3. Орлов А. И. Электроиндукционный метод очистки демонтированных нефтегазовых труб от отложений парафина / А. И. Орлов, И. П. Попов, И. П. Зельди, С. М. Обухов. Вестник Чувашского университета, 2009. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru>
4. Коробков А. Н. Разработка магнитно-индукционного сепаратора для обработки семян кормовых культур / А. Н. Коробков, О. В. Михайлова. Вестник НГИЭИ, 2013. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru>
5. Осинцев А. М. Использование локального индукционного нагрева в биотехнологиях и медицине / А. М. Осинцев, И. Л. Васильченко, А. Л. Майтаков, В. В. Рынк, Н. В. Васильченко. Техника и технология пищевых производств, 2012. №2. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru>
6. Алиферов А. Индукционный и электроконтактный нагрев металлов / А. Алиферов, С. Лупи. Новосибирск : изд. НГТУ. 2013. – 354 с.
7. Welcome to BETAG Innovation. Материалы сайта – 2017. – Режим доступа : <http://www.betaginnovation.com>
8. Яворский Б. М. Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – М : Наука. 1968. – 940 с.
9. Сысун В. И. Индукционный нагрев в режиме насыщения. Фундаментальные исследования / В. И. Сысун, В. А. Подопрігора – М : 2004. №3. с. 132 – 134
10. Батыгин Ю. В. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий: в т. / Ю. В. Батыгин, В. И. Лавинский, Л. Т. Хименко. – Х. : «ТОРНАДО-Мост» – Т. 1 : [изд. 2-е, перераб. и доп. под общ. ред. Батыгина Ю. В.] – 2003. – 284 с.
11. Батыгин Ю. В. Вихревые токи в тонких металлических листах при магнитно-импульсной обработке металлов / Ю. В. Батыгин, А. Ю. Бондаренко, В. И. Лавинский. – М. : Электричество – 2009. №9. с. 61 – 65
12. Туренко А. Н. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий: в т. / А. Н. Туренко, Ю. В. Батыгин, А. В. Гнатов. – Х. : Изд. ХНАДУ – Т.3 : Теория и эксперимент притяжения тонкостенных металлов импульсными магнитными полями. – 2009. – 236 с.
13. Корн Т. Справочник по математике / Т. Корн, Г. Корн. – М. : Наука, 1973. – 834 с.

References (transliterated)

1. Kuhling H. *Spravochnik po fizike. Per. s nem.* [Dictionary on Physics. Translated from German]. Moscow, Mir Publ., 1982. 520 p. (Rus).
2. Slukhtskiy A. *Ustanovki induktsionnogo nagreva* [Induction heating installations]. Leningrad, Energoizdat Publ., 1981, 328 p. (Rus)
3. Orlov A. I., Popov I. I., Zeldi I.P., Obukhov S. M. *Elektroinduktsionnyi metod ochistki demontirovannykh neftegazoprovodnykh trub ot otlozhenii parafina* [Electroinduction method of clearing of unmounted oil-gas pipes from paraffin accumulation]. Available at: <https://cyberleninka.ru>
4. Korobkov A. N., Mikhailova O. V. *Razrabotka magnitno-induktsionnogo separatora dlya obrabotki semyan kormovykh kul'tur* [Elaboration of magnetic induction separator for grain of food cultures processing]. Available at: <https://cyberleninka.ru>
5. Osintsev A. M., Vasilchenko I. L., Maitakov A. L., Rynk V. V., Vasilchenko N. V. *Ispol'zovanie lokal'nogo induktsionnogo nagreva v biotekhnologiyakh i meditsine* [Application of local induction heating in biotechnologies and medicine]. Available at: <https://cyberleninka.ru>
6. Aliferov A., Lupi S. *Indukcionnyj i jelektrokontaktnyj nagrev metallov* [Induction and electrocontact metal heating]. Novosibirsk, NGTU Publ. 2013. 354 p.
7. Welcome to BETAG Innovation. Available at: <http://www.betaginnovation.com> (accessed 15.11.2017)
8. Javorskij B. M., Detlaf A. A. *Spravochnik po fizike* [Handbook of physics]. Moscow, Nauka Publ. 1968. 940 p.
9. Sysun V. I., Podoprigora V. A. *Induktsionnyy nagrev v rezhime насыshcheniya. Fundamental'nye issledovaniya* [Induction heating in the mode of satiation. Fundamental research]. Moscow, 2004. no 3, pp. 132-134
10. Batygin Yu. V., Lavinskii V. I., Khimenko L. T. *Impul'snye magnetnye polya dlya progressivnykh tekhnologii: v t.* [Pulsed magnetic fields for progressive technologies: in vol.]. Kharkov, «TORNAДО-Most» Publ. 2003. Vol 1. 2nd ed. 284 p.
11. Batygin Yu. V., Bondarenko A. Yu., Lavinskii V. I. *Vikhrevye toki v tonkikh metallicheskih listakh pri magnitno-impul'snoi obrabotke metallov* [Eddy currents in thin metal sheets during magnetic-pulsed processing of metals]. Moscow, Elektrichestvo Publ. 2009. no 9. pp. 61-65
12. Turenko A. N., Batygin Yu. V., Gnatov A. V. *Impul'snye magnetnye polya dlya progressivnykh tekhnologii: v t. T. 3 Teoriya i eksperiment prityazheniya tonkostennykh metallov impul'snymi magnetnymi polyami* [Pulsed magnetic fields for progressive technologies: in vol. Vol 3 The theory and experiment of thin-walled metals attraction by pulsed magnetic fields]. Kharkov, KhNADU Publ. 2009. 236 p.
13. Korn T., Korn G. *Spravochnik po matematike* [Handbook of mathematics]. Moscow, Nauka Publ. 1973. 834 p.

Received 16.10.2018

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the authors

Стрельникова Вікторія Анатоліївна (Стрельникова Виктория Анатольевна, Strelnikova Viktoriia Anatoliivna) – магістр, аспірант, Харківський національний автомобільно-дорожній університет, асистент кафедри фізики, м. Харків, Україна; e-mail: v.strelnikova91@gmail.com