УДК 621.3.04: 621.316 **doi: 10.20998/2079-3944.2022.1.01**

Є.І. БАЙДА, М.Г. ПАНТЕЛЯТ

ПРОНИКНЕННЯ ПЛОСКОЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ХВИЛІ У РУХОМЕ ФЕРОМАГНІТНЕ СЕРЕДОВИЩЕ

У статті розглянуто математичну модель проникнення електромагнітного поля в феромагнітне провідне середовище, що рухається. Показано, що глибина проникнення плоского електромагнітного поля залежить як від швидкості руху, так і напрямку руху середовища. Рух середовища "назустріч" полю зменшує глибину його проникнення в матеріал, що еквівалентно збільшенню частоти поля. При певних швидкостях руху середовища у напрямку поля глибина проникнення збільшується настільки, що середовище стає прозорим і затухання поля відсутнє. Показано, що вібрація тонкої феромагнітної пластини в електромагнітному полі навіть у разі лінійного середовища призводить до нелінійних коливань поля у речовині. Нелінійне середовища впливає на величину затухання поля, але характер поля істотно не змінюється. Показано, що вібрація тонкої феромагнітної пластини збільшує глибину проникнення поля, порівняно з випадком нерухомого середовища.

Ключові слова: плоске електромагнітне поле, рух середовища в електромагнітному полі, вібрація пластини в електромагнітному полі.

E.I. BAIDA, M.G. PANTELYAT

PENETRATION OF A PLANE ELECTROMAGNETIC WAVE INTO A MOVING FERROMAGNETIC MEDIUM

The article is devoted to mathematical modeling of the penetration of the electromagnetic field into a moving ferromagnetic conducting medium. It is shown that the depth of penetration of a plane electromagnetic field depends both on the speed of movement and on the direction of movement of the medium. The movement of the medium "towards" the field reduces the depth of its penetration into the material, which is equivalent to an increase in the frequency of the field. At certain speeds of movement of the medium in the direction of the field, the penetration depth increases so much that the medium becomes "transparent" and there is no attenuation of the field. It is shown that the vibration of a thin ferromagnetic plate in the electromagnetic field, even in the case of a linear medium, leads to nonlinear oscillations of the field in the substance. The nonlinearity of the medium affects the value of the field attenuation but the nature of the field does not change significantly. It is shown that the vibration of a thin ferromagnetic plate increases the field penetration depth compared to the case of a stationary medium.

Keywords: plane electromagnetic field, motion of medium in electromagnetic field, vibration of plate in electromagnetic field.

Вступ. Найчастіше, при вивченні процесів поведінки електромагнітного поля в матеріальному середовищі за умовчанням приймається положення о нерухомості цього середовища. Про це свідчать часткові похідні у рівняннях Максвелла. Однак, найбільш цікавим є процес поведінки електромагнітного поля у рухливому середовищі. Опис таких процесів у спрощеному вигляді і розглядається в даній статті. Досліджень щодо вивчення поведінки електромагнітного поля у разі рухомого провідного феромагнітного середовища в літературі [1-3], на думку авторів, явно недостатньо, а саме явище представляє як теоретичний, так і практичний інтерес.

Розглянемо електромагнітне поле найпростішої структури – плоску електромагнітну хвилю (рис. 1).

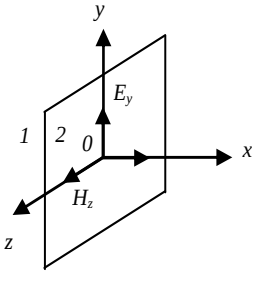

Рис. 1. Плоска електромагнітна хвиля, що падає на межу розділу середовищ:
H_z – напруженість магнітного поля; E_y – напруженість електричного поля; *1-2* – межа розділу середовищ

Напруженості електричного та магнітного полів є функціями часу та лише однієї просторової змінної *x*. Площина *z-0-y* і паралельні їй поверхні є фронтом хвилі, а сама хвиля рухається перпендикулярно фронту. Така хвиля є ідеалізованою, оскільки жодне реальне джерело не може створити таку хвилю. Однак у багатьох випадках хвиля на відносно невеликій ділянці і на значному віддаленні від джерела поля може наближено розглядатися як плоска. Подання електромагнітного поля у вигляді плоскої електромагнітної хвилі суттєво спрощує вирішення задачі

Розв'язання задачі про падіння плоскої електромагнітної хвилі на поверхню досить добре вивчене. Однак рух кордону розділу середовищ з деякою швидкістю істотно впливає на процеси в електромагнітному полі, значною мірою спотворюючи отримані результати для нерухомого середовища.

Мета статті – дослідження процесів, що відбуваються в феромагнітному середовищі, яке рухається, у разі падіння плоскої електромагнітної хвилі на її поверхню.

Рівняння Максвелла без урахування струмів зміщення (при аналізованих частотах струми провідності набагато більше струмів зміщення) мають вигляд [4]

$$\begin{cases} rot(\boldsymbol{H}) = \sigma \cdot \boldsymbol{E}, \\ rot(\boldsymbol{E}) = -\dfrac{d\boldsymbol{B}}{dt}. \end{cases} \quad (1)$$

Рівняння (1) загальновідомі і не потребують розшифровки. В (1) записана повна похідна за часом вектора магнітної індукції.

Для випадку, що розглядається, (рис. 1) рівняння (1) набувають вигляду

© Є.І. Байда, М.Г. Пантелят, 2022

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x}=\sigma\cdot E_y,$$
$$\frac{\partial E_y}{\partial x}=-\frac{dB_z}{dt}, \quad (2)$$

де σ – провідність середовища.

Систему (2) можна переписати у вигляді

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2}=\sigma\cdot\frac{dB_z}{dt}. \quad (3)$$

Надалі індекс при компонентах векторів не записуємо.

В силу зроблених припущень значення магнітної індукції може бути представлене

$$B=B\{H[t,x(t)]\}, \quad (4)$$

де $x(t)$ – закон руху середовища.

Тоді

$$\frac{dB}{dt}=\frac{\partial B}{\partial H}\cdot\left[\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{\partial H}{\partial x}\cdot\frac{dx(t)}{dt}\right] \quad (5)$$

або

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}=\sigma\cdot\frac{\partial B}{\partial H}\cdot\left[\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{\partial H}{\partial x}\cdot\frac{dx(t)}{dt}\right]. \quad (6)$$

Якщо позначити

$$\frac{\partial B}{\partial H}=\mu(H), \quad (7)$$

де $\mu(H)$ – абсолютна магнітна проникність [5], а

$$\frac{dx(t)}{dt}=v(t), \quad (8)$$

де $v(t)$ – швидкість руху середовища (розглядаємо випадок коли $v<<c$, де c – швидкість світла у вакуумі), то

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}-\sigma\cdot\mu(H)\cdot v(t)\cdot\frac{\partial H}{\partial x}=\sigma\cdot\mu(H)\cdot\frac{\partial H}{\partial t}. \quad (9)$$

Рівняння (9) у разі нелінійного середовища вирішити досить складно, а аналітичне рішення взагалі неможливе. Тому, для з'ясування процесів, що відбуваються, спочатку розглянемо спрощену задачу.

1. Плоска електромагнітна хвиля падає на півпростір, що проводить електричний струм ($\sigma=5\cdot10^6$ См/м); відносна магнітна проникність якого постійна і дорівнює 2000; розглядається сталий синусоїдальний режим зміни поля; швидкість руху – постійна; частота зовнішнього поля 50 Гц. Тоді рівняння (9) у комплексній формі

$$\frac{\partial^2 \dot{H}}{\partial x^2}-\sigma\cdot\mu\cdot v\cdot\frac{\partial \dot{H}}{\partial x}-j\cdot\omega\cdot\sigma\cdot\mu\cdot\dot{H}=0. \quad (10)$$

Рішенням (10) буде функція

$$\dot{H}=C1\cdot e^{\frac{1}{2}\cdot x\cdot(\alpha\cdot v+\sqrt{\alpha\cdot(v^2\cdot\alpha+4\cdot j\cdot\omega)})}+C2\cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot x\cdot(-\alpha\cdot v+\sqrt{\alpha\cdot(v^2\cdot\alpha+4\cdot j\cdot\omega)})}, \quad (11)$$

де $\alpha=\sigma\cdot\mu$; ω – кругова частота.

Граничні умови – задано значення поля на поверхні $\dot{H}(0)=H_0$; на нескінченності поле дорівнює нулю $\dot{H}(\infty)=0$. Дійсна частина виразу (11) при коефіцієнті $C1$ (показник експоненти) позитивна, отже з фізичних міркувань $C1=0$.

На рис. 2 показані амплітуди магнітного поля на відстані 2 мм від поверхні залежно від напрямку руху середовища та швидкості (по полю плюс, назустріч – мінус).

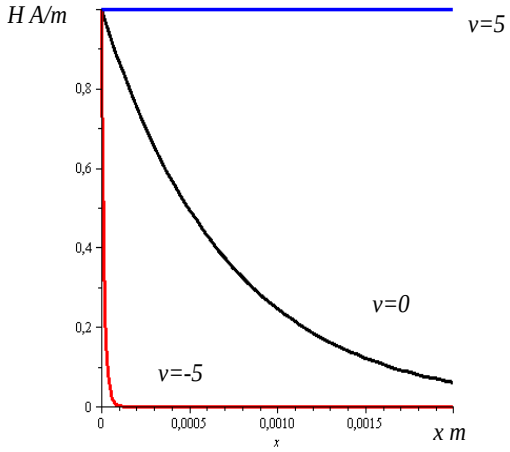

Рис. 2. Залежність амплітуди магнітного поля у функції відстані від поверхні та напряму руху середовища, де v – швидкість руху середовища в м/с

З рис. 2 випливає, що напрям руху середовища впливає на глибину проникнення поля в феромагнітне провідне середовище. Причому рух середовища «назустріч» полю еквівалентний збільшення частоти поля і навпаки.

На рис. 3 показана залежність амплітуди поля у функції відстані від поверхні та «зустрічної» швидкості руху поля.

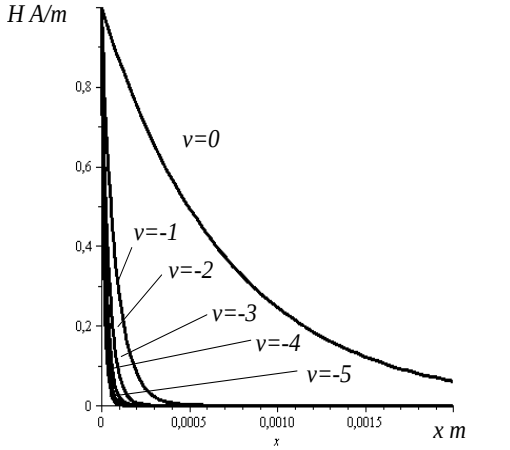

Рис. 3. Залежність амплітуди поля в функції «зустрічної» швидкості

2. Плоска електромагнітна хвиля падає на тонку пластину товщиною 2 мм, магнітна проникність якої постійна, а впливом країв пластини нехтуємо (рис. 4); розглядається синусоїдальний режим, що встановився, зміни поля; швидкість руху – постійна; частота зовнішнього поля 50 Гц.

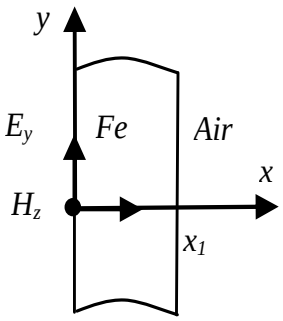

Рис. 4. Розрахункова схема

Рішення рівняння у феромагнітному середовищі визначатиметься формулою (11). У просторі за пластиною (провідність повітря дорівнює нулю)

$$H = C3 \cdot x + C4. \qquad (12)$$

У рівняннях (11), (12) постійні інтегрування визначаються з умов на зовнішніх кордонах і на межі поділу середовищ

$$\dot{H}(0) = \dot{H}_0; \dot{E}(\infty) = 0;$$
$$\dot{H}_{Fe}(x_1) = \dot{H}_{Air}(x_1); \dot{E}_{Fe}(x_1) = \dot{E}_{Air}(x_1). \qquad (13)$$

Загальне рішення не наводиться через його громіздкість. Важливо відмітити, що у рішенні (11)–(13) буде присутня як падаюча, так і відбита від кордону провідника хвиля.

На рис. 5 показана залежність амплітуди магнітного поля на відстані 2 мм від поверхні та напрямку руху середовища, аналогічно рис. 2.

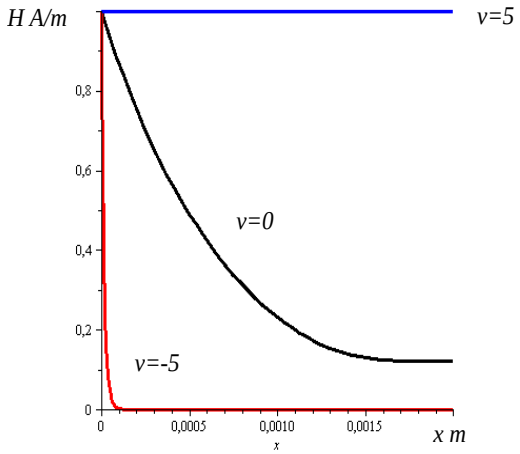

Рис. 5. Залежність амплітуди магнітного поля у функції відстані від поверхні та напрямку руху середовища, де v – швидкість руху середовища в м/с

Рис. 6 аналогічний рис. 3 і показує зміна амплітуди поля у функції швидкості для тонкої пластини.

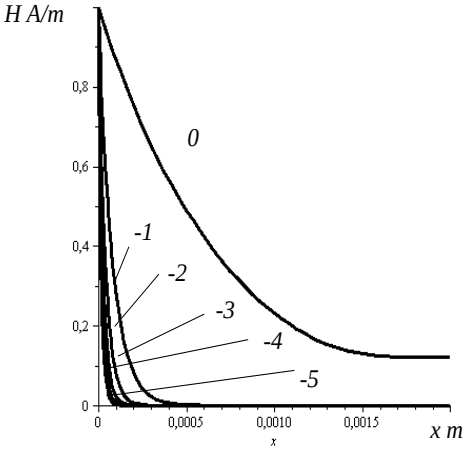

Рис. 6. Глибина проникнення поля в тонку пластину в залежності від «зустрічної» швидкості руху

Зіставлення рис. 2 та рис. 5, рис. 3 та рис. 6 показує, що значення поля для "товстої" та "тонкої" пластини на глибині 2 мм неоднаково. У «товстій» пластині згасання поля інтенсивніше. Поза «тонкою» пластиною амплітудне значення поля не змінюється.

3. Певний інтерес представляє випадок, коли тонка феромагнітна провідна пластина вібрує у зовнішньому магнітному полі, тобто відбувається періодична зміна швидкості руху пластини.

У цьому випадку процеси будуть визначатися рівнянням (9), а граничні умови (13) необхідно доповнити початковою нульовою умовою. Крім цього, необхідно визначити залежність магнітної проникності від напруженості магнітного поля.

У першому наближенні можна вважати, що через невеликі значення напруженості магнітного поля феромагнітна пластина знаходиться в ненасиченому стані. Тоді, як і раніше, відносну магнітну проникність можна вважати постійною та рівною 2000. Дослідження проводилися при механічній частоті: 1) 5 Гц; 2) 50 Гц; 3) 500Гц.

Можна припустити, що механічні коливання пластини та електричні коливання поля накладатимуться один на одного. На рис. 7–9 показано значення напруженості магнітного поля на зовнішній поверхні пластини, на глибині 1 мм та на внутрішній поверхні пластини товщиною 2 мм.

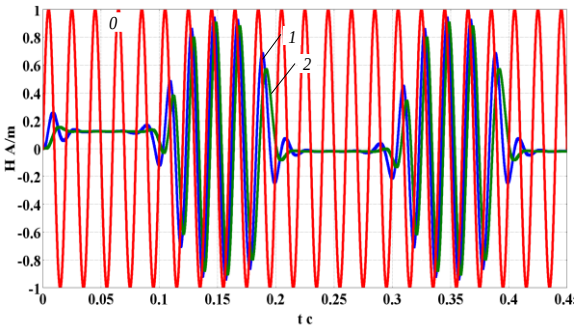

Рис. 7. Проникнення поля до пластини при амплітудному значенні швидкості 0,5 м/с та механічній частоті5 Гц: 0 – поле на поверхні; 1 – поле на глибині 1 мм; 2 – поле на глибині 2 мм

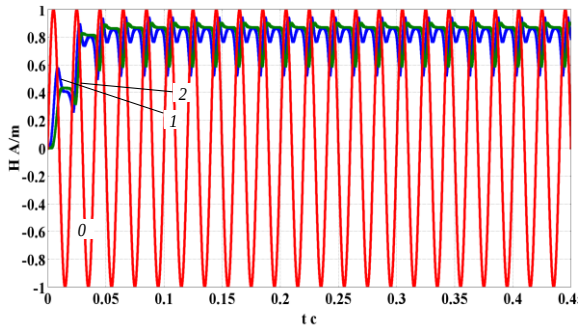

Рис. 8. Проникнення поля до пластини при амплітудному значенні швидкості 0,5 м/с та механічній частоті 50 Гц: 0 – поле на поверхні; 1 – поле на глибині 1 мм; 2 – поле на глибині 2 мм

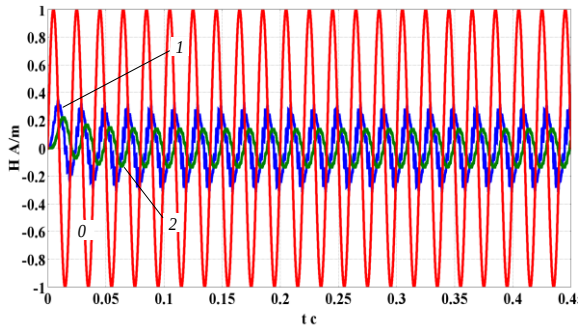

Рис. 9. Проникнення поля до пластини при амплітудному значенні швидкості 0,5 м/с та механічній частоті 500 Гц: 0 – поле на поверхні; 1 – поле на глибині 1 мм; 2 – поле на глибині 2 мм

4. У разі нелінійності матеріалу, загальна картина поля повинна зберегтися, а нелінійність позначатиметься лише на формі та амплітуді сигналу при насиченні феромагнітної пластини.

У якості нелінійного матеріалу розглядалася конструкційна сталь з максимальним значенням відносної магнітної проникності 2000. Напруженість поля на поверхні 3000 А/м.

На рис. 10-12 показано значення напруженості поля для нелінійної моделі залежно від механічної частоти коливань пластини.

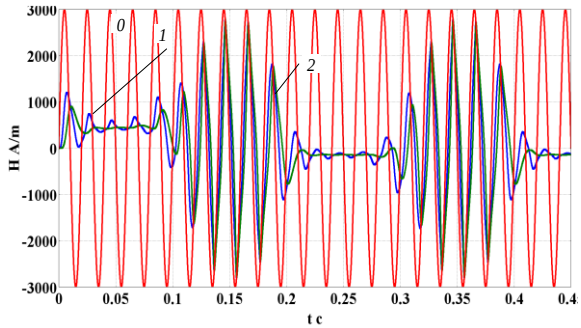

Рис. 10. Проникнення поля у пластину при амплітудному значенні швидкості 0,5 м/с та механічній частоті 5 Гц: 0 – поле на поверхні; 1 – поле на глибині 1 мм; 2 – поле на глибині 2 мм

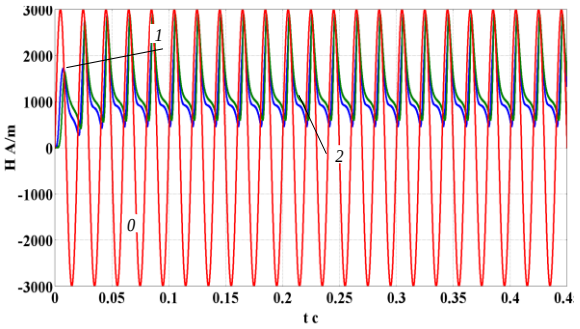

Рис. 11. Проникнення поля у пластину при амплітудному значенні швидкості 0,5 м/с та механічній частоті 50 Гц: 0 – поле на поверхні; 1 – поле на глибині 1 мм; 2 – поле на глибині 2 мм

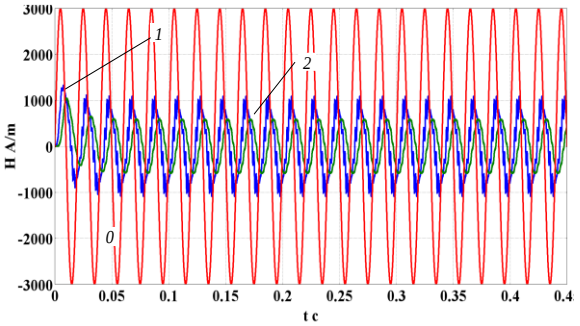

Рис. 12. Проникнення поля у пластину при амплітудному значенні швидкості 0,5 м/с та механічній частоті 500 Гц: 0 – поле на поверхні; 1 – поле на глибині 1 мм; 2 – поле на глибині 2 мм

Порівняльний аналіз рис. 7–10; рис. 8–11; рис. 9–12 показує схожість процесів у лінійній та нелінійній моделях. Відмінність полягає лише у відносних значеннях амплітуди, формі одержуваних кривих, але не в характерах процесу.

Висновки. 1. На характер поширення електромагнітного поля у провідному феромагнітному середовищі значно впливає як швидкість руху цього середовища, так і напрямок його руху. Так, рух середовища "назустріч" полю значно зменшує глибину проникнення поля в середовище, що рівнозначно збільшенню частоти поля. 2. При русі середовища у «напрямку» поля, глибина проникнення поля може бути значною і, залежно від швидкості, середовище може бути «прозорим» для магнітного поля. 3. У разі вібрації тонкої пластини (2 мм) навіть у середовищі з лінійними властивостями характер поля нелінійний. 4. Нелінійність властивостей середовища збільшує глибину проникнення поля за рахунок зменшення магнітної проникності, але слабко впливає характер поля. 5. Вібрація тонкої пластини у будь-якому випадку збільшує глибину проникнення поля порівняно з нерухомим середовищем.

Список літератури:

1. Chu L.J., Haus H.A., Penfield P. *Electrodynamics of moving media*. Quarterly progress report, No. 70. Massachusetts: Research Laboratory of Electronic sat the Massachusetts Instituteof Technology, 1963. 88 p.
2. Ivezić T. *The electromagnetic field equations for moving media*. Journal of Physics: Conf. Series. 2017. vol. 845. 24 p. doi: 10.1088/1742-6596/845/1/012013.
3. Ivezić T. *Electric and magnetic fields as explicitly observer dependent four-dimensional vector sand their Lorentz transformations ac-*

cording to Minkowski – Ivezić. Journal of Physics: Conf. Series. 2021. vol. 1956. 33 p. doi: 10.1088/1742-6596/1956/1/012018.
4. Демирчян К.С. *Моделирование магнитных полей*. Ленинград: Энергия, 1974. 288 с.
5. Преображенский А. А. *Теория магнетизма, магнитные материалы и элементы*. Москва: Высшая школа, 1972. 345 с.

References (transliterated):

1. Chu L.J., Haus H.A., Penfield P. *Electrodynamics of moving media*. Quarterly progress report, No. 70. Massachusetts: Research Laboratory of Electronics at the Massachusetts Institute of Technology, 1963. 88 p.
2. Ivezić T. The electromagnetic field equations for moving media. *Journal of Physics: Conf. Series*. 2017. vol. 845. 24 p. doi: 10.1088/1742-6596/845/1/012013.
3. Ivezić T. Electric and magnetic fields as explicitly observer dependent four-dimensional vectors and their Lorentz transformations according to Minkowski–Ivezić. *Journal of Physics: Conf. Series*. 2021. vol. 1956. 33 p. doi: 10.1088/1742-6596/1956/1/012018.
4. Demirchyan K.S. *Modelirovanie magnitnyih poley*. Leningrad.: Energiya, 1974. 288 p.
5. Preobrazhenskiy A.A. *Teoriya magnetizma, magnitnyie materialy i elementyi*. Moskov: Vyisshaya shkola, 1972. 345 p.

Поступила (received) 20.03.22

Відомості про авторів / About the Autors

Байда Євген Іванович (Baida Evgen Ivanovich) – доктор технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри електричних апаратів, м. Харків, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0297-328X; e-mail: baida.kpi@gmail.com.

Пантелят Михайло Гаррійович (Panteliat Mykhailo Garrijovych) – кандидат фізико-математичних наук, старший дослідник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри електричних апаратів; м. Харків, Україна; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1357-2134; e-mail: m150462@yahoo.com.