

А. В. ГЕТЬМАН, О. В. КОНСТАНТИНОВ

ПОКРАЩЕННЯ ОДНОРІДНОСТІ МАГНІТНОГО ПОЛЯ ВСЕРЕДИНИ КОРОТКОГО СОЛЕНОЇДА СИСТЕМОЮ ТОРЦЕВИХ ОБМОТОК

Покращення рівня однорідності магнітного поля в середині робочого об'єму короткого соленоїда дозволяє вдосконалити пристрої для розмагнічування технічних об'єктів та дослідження магнітних властивостей матеріалів. Одним із засобів підвищення рівня однорідності магнітного поля в середині соленоїда є наближення форми його обмотки до замкненої поверхні. У якості такої поверхні запропоновано використання системи з соленоїда та двох торцевих осесиметричних токових обмоток зі спільним джерелом струму. Побудовано математичну модель скалярного потенціалу магнітного поля такої системи за допомогою сферичного гармонічного аналізу і отримано функціональні залежності густини струму на кожній поверхні для його першої гармоніки, яка є дипольною складовою магнітного поля. Отримані формули для розрахунку кількості витків в торцевих обмотках та геометричних параметрів їх укладки та змодельоване сумарне магнітне поле усередині запропонованої системи. Проведено порівняльний аналіз однорідності магнітного поля, створюваного соленоїдом окремо та соленоїдом з торцевими обмотками, в залежності від геометрії системи. Використання торцевих обмоток суттєво покращує однорідність магнітного поля поблизу торців, особливо на вісі соленоїда. Через це ефективність застосування торцевих обмоток суттєво залежить від показника подовження соленоїда і дозволяє збільшити робочий об'єм на 5-20%, в залежності від цього показника. Запропонована система дозволяє отримати магнітне поле з максимальним відхиленням 5% від однорідності для показника подовження соленоїда 2. Зі збільшенням подовження ефективність торцевих обмоток знижується і для систем із подовженням 10 і більше їх використання стає недоцільним. Результати аналізу свідчать про ефективність використання запропонованої системи в пристроях для розмагнічування технічних виробів, що відрізняються невеликим показником подовження робочого соленоїда – насамперед пристроїв, які створюють однорідне магнітне поле зі спадаючою у часі амплітудою 240 А/м і використовуються зокрема для зняття м'якого залишкового намагнічування з елементів космічних апаратів

Ключові слова: магнітне поле, робочий об'єм, сферичні гармоніки, однорідність, соленоїд, подовження, торцева обмотка.

A. GETMAN, O. KONSTANTINOV

IMPROVEMENT OF THE UNIFORMITY OF THE MAGNETIC FIELD INSIDE A SHORT SOLENOID BY THE END WINDING SYSTEM

Improving the level of homogeneity of the magnetic field in the middle of the working volume of a short solenoid makes it possible to improve devices for demagnetizing technical objects and studying the magnetic properties of materials. One of the means of increasing the level of homogeneity of the magnetic field in the middle of the solenoid is to approximate the shape of its winding to the closed surface. The use of a system of a solenoid and two end axisymmetric current windings with a common current source is proposed as such a surface. A mathematical model of the scalar potential of the magnetic field of such a system was built using spherical harmonic analysis, and functional dependences of the current density on each surface were obtained for its first harmonic, which is the dipole component of the magnetic field. Formulas for calculating the number of turns in the end windings and the geometric parameters of their arrangement and the simulated total magnetic field inside the proposed system are obtained. A comparative analysis of the homogeneity of the magnetic field created by a separate solenoid and a solenoid with end windings, depending on the geometry of the system, was conducted. The use of end windings significantly improves the uniformity of the magnetic field near the ends, especially on the axis of the solenoid. Due to this, the efficiency of the end windings significantly depends on the solenoid elongation indicator and allows you to increase the working volume by 5-20%, depending on this indicator. The proposed system makes it possible to obtain a magnetic field with a maximum deviation of 5% from uniformity for a solenoid elongation index of 2. As the elongation increases, the efficiency of the end windings decreases and for systems with an elongation of 10 or more, their use becomes impractical. The results of the analysis testify to the effectiveness of using the proposed system in devices for demagnetizing technical products that differ in a small indicator of the elongation of the working solenoid - primarily devices that create a uniform magnetic field with an amplitude decreasing over time of 240 A/m and are used in particular to remove soft residual magnetization from elements of space vehicles.

Keywords: magnetic field, working volume, spherical harmonics, uniformity, solenoid, elongation, end winding.

Вступ. Пристрої для створення однорідного магнітного поля (МП) активно використовуються в різних галузях виробництва та при проведенні наукових досліджень. В залежності від сфери застосування, до характеристик таких пристроїв накладають вимоги по абсолютній величині та ступеню однорідності створюваного МП. Важливим фактором, що визначає можливість практичного застосування пристрою, є відповідність робочого об'єму габаритам та формі об'єкта впливу МП, а також наявність прямого доступу для контролю процесу. Поширеність циліндричної форми в техніці та простота виготовлення осесиметричних котушок забезпечили поширене використання соленоїдів для створення МП. Зокрема для дослідження магнітних властивостей матеріалів найбільшого поширення отримали пристрої, в яких МП утворюється соленоїдами при протіканні електроструму через їх обмотку [1]. Перевагами таких пристроїв є простота створення обмотки соленоїду при достатньо якісній однорідності в його центральній частині [2].

Серед недоліків застосування струмової обмотки, яка розташована на циліндричній поверхні, є обмеженість робочого об'єму тільки центральною частиною соленоїду. Суттєве збільшення робочого об'єму можливе при використанні сферичних [3] або сфероїдальних обмоток [4], проте складність їх створення обмежила їх розповсюдженість.

Іншим підходом [5] для збільшення робочого об'єму соленоїда є створення додаткових секцій котушок, симетрично розташованих поблизу торців соленоїда. Проте розрахунок функції густини електроструму додаткових обмоток поблизу торців показує необхідність відтворення його стрімкого зростання при наближенні до краю бокової поверхні [6]. Відтворення такого зростання зміною товщини прикінцевих додаткових обмоток технологічно ускладнено. Заміна гладкої функції товщини обмотки на дискретно-ступеневе призводить до зменшення ефективності створення однорідного МП. Незважаючи на різноманіття існуючих методів синтезу

струмових джерел МП, наявність спеціальних умов до їх використання не залишає практичний інтерес до розробки нових систем та конструкцій обмоток. Зокрема, це стосується пошуку параметрів додаткових прикінцевих обмоток до основної, розташованої на циліндричній поверхні, для створення однорідного МП при умові використання спільного джерела електроживлення. За аналогією з обмотками на замкнутих поверхнях: на сфері та сферіїд, такі додаткові обмотки мають бути однаковими та розташованими на торцевих поверхнях з обох кінців соленоїду. Якщо перетворити додаткову умову синтезу торцевих обмоток, поклавши рівність струму на їх найбільшому радіусі величині струму обмотки соленоїда, тоді в ланцюзі електроживлення всієї системи обмоток може бути спільне джерело.

В роботі розглядаються теоретичні засади синтезу системи з трьох послідовно з'єднаних обмоток: основної обмотки, розташованої на бічній поверхні кругового циліндра та двох однакових додаткових плоских обмоток, розташованих на торцевих поверхнях.

Мета роботи полягає у розробці та дослідженні математичної моделі магнітного поля, створюваного системою послідовно з'єднаних осесиметричних обмоток, які розташовані на циліндрі у такий спосіб, що забезпечує розширення робочого об'єму з однорідним полем всередині короткого соленоїда.

Методи досліджень. Найбільш потужним аналітичним методом, який застосовують для синтезу токових обмоток є просторовий гармонічний аналіз [7]. Для осесиметричних систем застосовують в залежності від форми робочого об'єму сферичні [8], сферіїдальні та циліндричні гармоніки [9]. Використання циліндричних гармонік досі є обмеженим, що пояснюється суттєво більш складним математичним апаратом порівняно зі сферичними гармоніками.

Для застосування сферичного гармонічного аналізу МП в середині сфери, розташованої в центральній частині циліндра радіуса ρ_0 , спрямуємо вісь апікат вздовж вісі циліндра (рис. 1). Центр системи координат покладемо в центрі циліндра, який має висоту h .

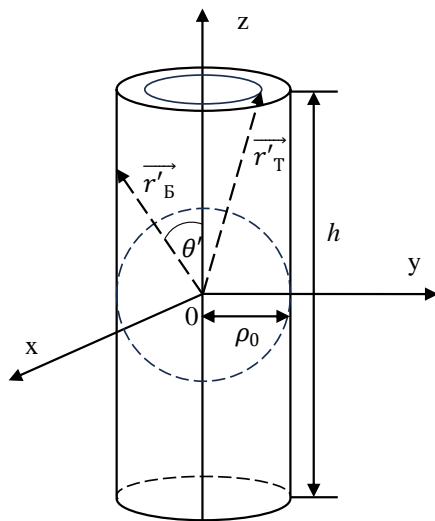


Рис. 1. Геометрія задачі

Для спрощення розрахунку МП визначимо, що кругові тонкі обмотки є набором кругових струмів. Кожен круговий струм I має сферичні координати (r', θ') , а скалярний потенціал U_b створюваного ним МП розраховується за формулою [10]:

$$U_b = -\frac{1}{2} I \sin \theta' \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{r'}\right)^n \frac{1}{n} P_n^1(\cos \theta') P_n(\cos \theta), \quad (1)$$

де r, θ – сферичні координати точки спостереження МП всередині сфери радіуса ρ_0 ; $P_n(\cos \theta)$ – поліноми Лежандра; $P_n^1(\cos \theta)$ – приєднані функції Лежандра [11]. Будемо відрізати індексами радіус-вектори, що проведені до кругових струмів на верхньому торці, на бічній поверхні та нижньому торці:

$$r'_{1T} = \frac{h/2}{\cos \theta'}; r'_B = \frac{\rho_0}{\sin \theta'}; r'_{2T} = -\frac{h/2}{\cos \theta'}.$$

Переходячи від дискретних струмів I кругових витків до неперервних функцій σ лінійної густини струму на відповідній поверхні циліндру, будемо шукати вигляд, що відповідає створенню однорідного магнітного поля всередині циліндра.

Синтез струмових обмоток. З принципу суперпозиції магнітного поля випливає, що його скалярний потенціал U в середині циліндру можна представити у вигляді суми трьох доданків:

$$U = - \int_0^{\rho_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma_{T1} \sin \theta'}{2n} \left(\frac{r}{r'_{1T}}\right)^n P_n^1(\cos \theta') P_n(\cos \theta) d\rho' - \int_{-h/2}^{h/2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma_B \sin \theta'}{2n} \left(\frac{r}{r'_B}\right)^n P_n^1(\cos \theta') P_n(\cos \theta) dz' - \int_0^{\rho_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma_{T2} \sin \theta'}{2n} \left(\frac{r}{r'_{2T}}\right)^n P_n^1(\cos \theta') P_n(\cos \theta) d\rho', \quad (2)$$

де z', ρ' – циліндричні координати кругового струму, за якими відбувається інтегрування по відповідній поверхні. Враховуючи геометрію задачі, перейдемо до інтегрування по сферичним координатам завдяки формулам:

$$d\rho' = \pm \frac{h}{2} \frac{d\theta'}{\cos^2 \theta'} \quad (3)$$

та

$$dz' = -\rho_0 \frac{d\theta'}{\sin^2 \theta'} \quad (4)$$

В (3) знак плюс відповідає верхньому торцю, а знак мінус – нижньому торцю. Крім того, використаємо позначення для подовження γ циліндра:

$$\gamma = \frac{h}{2\rho_0} = \text{ctg} \theta_0.$$

Тоді (2) прийме вигляд:

$$\begin{aligned}
U = & \frac{\sigma_{T1}h}{4} \int_1^{\cos\theta_0} d(\cos\theta') \times \\
& \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{2r}{h}\right)^n \frac{\cos\theta'}{\cos^2\theta'} \cdot P_n^1(\cos\theta') P_n(\cos\theta) + \\
& + \frac{\sigma_{\delta} \rho_0}{2} \int_{\cos\theta_0}^{-\cos\theta_0} d(\cos\theta') \times \\
& \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{r}{\rho_0}\right)^n \frac{\sin\theta'}{\sin^2\theta'} \cdot P_n^1(\cos\theta') P_n(\cos\theta) + \\
& + \frac{\sigma_{T2}h}{4} \int_{-\cos\theta_0}^{-1} d(\cos\theta') \times \\
& \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{2r}{h}\right)^n \frac{\cos\theta'}{\cos^2\theta'} \cdot P_n^1(\cos\theta') P_n(\cos\theta).
\end{aligned} \quad (5)$$

Проаналізуємо внесок дипольної гармоніки ($n = 1$) у сумарний потенціал в (5). Винесемо з підінтегральних виразів незалежну частину функції від точки спостереження магнітного поля, тоді внесок від першої гармоніки в скалярний потенціал можна представити у вигляді:

$$\begin{aligned}
U_{n=1} = & \frac{1}{2} r P_1(\cos\theta) \left\{ - \int_1^{\cos\theta_0} \sigma_{T1} \frac{\sin\theta'}{\cos\theta'} d(\cos\theta') + \right. \\
& \left. + \int_{\cos\theta_0}^{-\cos\theta_0} \sigma_{\delta} d(\cos\theta') + \int_{-\cos\theta_0}^{-1} \sigma_{T2} \frac{\sin\theta'}{\cos\theta'} d(\cos\theta') \right\}.
\end{aligned} \quad (6)$$

Ядрами в трьох інтегралах (6) є функціональні залежності густини кругового струму від кутової координати розташування на відповідній поверхні циліндру. З другого доданку в фігурних скобках (6) випливає, що тільки рівномірною частиною лінійної густини струму на циліндричній поверхні (або її середнє значення в разі іншої функціональної залежності) створює першу гармоніку магнітного поля. Тобто з точки зору створення однорідного поля лінійна густина струму на боковій поверхні має бути константою, позначимо її через σ :

$$\sigma = \sigma_{\delta} = const. \quad (7)$$

Створення торцевими обмотками рівномірної складової МП відбувається за функціональною залежністю $\sigma_T \operatorname{tg}\theta'$ розташування кругових струмів на обох торцях. Оскільки функція

$$\operatorname{tg}\theta' = \frac{2\rho'}{h}$$

набуває свого найбільшого значення при

$$\theta_0 = \operatorname{arctg}(\gamma),$$

то виконанням умови спільного кругового струму соленоїда та торцевої обмотки є рівність густини струму для спільної окружності:

$$\sigma_T \operatorname{tg}\theta_0 = \sigma_T \frac{2\rho_0}{h} = \sigma. \quad (8)$$

Звідки випливає, що

$$\sigma_T = \gamma\sigma. \quad (9)$$

Після підстановки (7) в (9) та проведення інтегрування перша гармоніка скалярного потенціалу прийме

вигляд:

$$U_{n=1} = -\sigma \cdot z \left\{ \frac{\gamma}{\sqrt{1+\gamma^2}} + \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{1+\gamma^2}-1}{\sqrt{1+\gamma^2}+1} \right\}. \quad (10)$$

В (10) другий доданок при великих значеннях подовження γ наближається до нуля, а весь вираз до потенціалу нескінченно довгого соленоїда. Проте, для коротких соленоїдів з $\gamma < 10$ значення першої гармоніки суттєво відрізняється від повного МП, створеного системою з трьох обмоток. Наприклад, розрахунок магнітного поля вздовж центральної вісі можна зробити, використовуючи відомий [10] вираз для поля кругового струму радіуса ρ' на його вісі:

$$H_z = \frac{1}{2} I \frac{\rho'^2}{\left[\rho'^2 + (z' - z)^2\right]^{3/2}}. \quad (11)$$

Тоді торцеві обмотки та соленоїд разом на вісі несучого циліндра ($\rho = 0$) створять МП, яке має представлення:

$$\begin{aligned}
H_z = & \frac{\sigma}{2} \left\{ \frac{1}{\rho_0} \left[\frac{\rho_0^2 + 2(h/2 - z)^2}{\sqrt{\rho_0^2 + (h/2 - z)^2}} - 2(h/2 - z) \right] + \right. \\
& + \left[\frac{h/2 + z}{\sqrt{\rho_0^2 + (h/2 + z)^2}} + \frac{h/2 - z}{\sqrt{\rho_0^2 + (h/2 - z)^2}} \right] + \\
& \left. + \frac{1}{\rho_0} \left[\frac{\rho_0^2 + 2(h/2 + z)^2}{\sqrt{\rho_0^2 + (h/2 + z)^2}} - 2(h/2 + z) \right] \right\}.
\end{aligned} \quad (12)$$

Для отримання (12) при інтегруванні по відповідним поверхням (11) були використані замість струму кругового витка лінійні густини σ та $\sigma\rho'/\rho$.

Таким чином магнітне поле описаної системи трьох обмоток суттєво відрізняється від знайденого в (10) значення першої гармоніки навіть в центрі циліндра, оскільки при $z = 0$, $\rho = 0$ для (12) можна записати спрощений вираз для МП:

$$H_z(\rho = 0, z = 0) = \sigma \left\{ \frac{\left(\sqrt{1+\gamma^2} - \gamma\right)^2}{\sqrt{1+\gamma^2}} + \frac{\gamma}{\sqrt{1+\gamma^2}} \right\}. \quad (13)$$

Порівнюючи функціональні залежності розподілу відносної напруженості магнітного поля $H_z(z)/H_z(0)$ на аксіальній вісі циліндра від відносної відстані точки спостереження до центру $2z/h$ при різних значеннях подовження γ на рис. 2, можна встановити наступне. Раціональність та ефективність застосування торцевих обмоток для покращення однорідності поля суттєво зменшується при збільшенні γ і для $\gamma > 10$ їх застосування є малокорисним. Це пояснюється зростанням відстані між торцевими обмотками та середньою частиною циліндра, де покращення однорідності відбувається перш за все за рахунок збільшення γ соленоїда. Проте, у випадку коротких циліндрів при наближенні γ до 1 внесок в однорідне магнітне поле від торцевих обмоток суттєво зростає. Для випадку $\gamma = 2$ застосування торцевих обмоток збільшує зону однорідності магнітного поля майже

до всього внутрішнього об'єму циліндра з максимальним відхиленням меншим ніж 5 % (червона суцільна лінія на рис. 2).

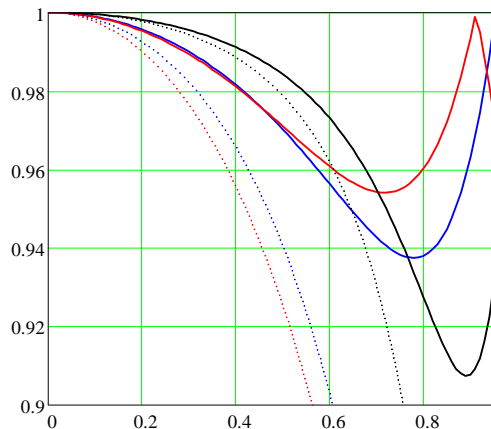


Рис. 2. Залежність спадання відносного магнітного поля на висі циліндру від відносної відстані від його центру для системи з трьох обмоток – суцільні лінії, та для соленоїду – пунктир, для $\gamma = 2$ червоним кольором, для $\gamma = 3$ синім кольором, для $\gamma = 5$ чорним кольором

Таким чином при відсутності жорстких умов на однорідність (коли відхилення однорідності поля мають бути менш ніж 1 %) та при потребі максимального використання робочого об'єму в середині короткого циліндру застосування додаткових торцевих обмоток є виправданим. На практиці такі умови для МП, створюваного в середині короткого циліндру зазвичай відповідають пристроям для розмагнічування різноманітних технічних виробів. Наприклад, обов'язковим етапом магнітних випробувань космічних апаратів є їх розмагнічування спадуючим знакозмінним МП розмагнічування, яке є однорідним в робочому об'ємі з максимальною амплітудою 240 А/м [12, 13]. Необхідність почергового проведення розмагнічування в трьох взаємно перпендикулярних напрямках відносно супутника робить використання пристроїв, які базуються на коротких соленоїдах, технологічно привабливим.

Розрахунок параметрів укладки обмотки. Базовим параметром для розрахунку геометрії та кількості витків торцевої обмотки є крок Δ укладки витків рівномірної обмотки на боковій поверхні циліндра. В першому наближенні крок Δ може бути розрахований як відношення довжини циліндра до загальної кількості витків N_σ на боковій поверхні:

$$\Delta = h / N_\sigma. \quad (14)$$

Також можливо експериментально визначити крок Δ як суму діаметру дроту разом і товщини ізоляції та, у разі використання, ширини стінок паців для укладки. Перехід від моделі з постійною густиною струму σ соленоїда до обмотки з дискретними рівномірно розподіленими витками вносить незначну відмінність в розподіл МП (рис. 3).

Проте така відмінність суттєва лише в невеликій зоні поблизу витків зі струмом, і на радіусах менш ніж $0,9\rho_0$ дискретністю обмотки соленоїда можна нехтувати. На відміну від соленоїдальної обмотки, торцева містить меншу кількість витків N_T , яку можна розрахувати через

повний струм I_Σ на торцевій поверхні:

$$I_\Sigma = \int_0^{\rho_0} \sigma \frac{\rho'}{\rho_0} d\rho' = \sigma \frac{\rho_0}{2} = \frac{I}{\Delta} \cdot \frac{\rho_0}{2} = N_T I. \quad (15)$$

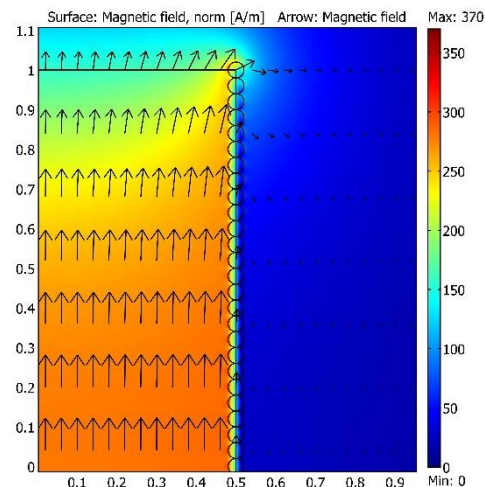


Рис. 3. Розподіл модуля напруженості магнітного поля в аксіальному перерізі четвертої частини соленоїду з $\rho_0=0,5$ м та $h=2$ м при струмі 12,5 А у 48 витках

Звідки випливає представлення:

$$N_T = \frac{\rho_0}{2\Delta} = \frac{N_\sigma}{4\gamma}. \quad (16)$$

Для отримання в (16) результату для N_T , що є цілим числом, слід спеціально підібрати γ та кількість витків соленоїда N_σ . Перехід від лінійно зростаючої густини струму до укладених в кругових смугах з меншим радіусом ρ_k та більшим ρ_{k+1} струмами I робиться на основі розрахунку k рівнянь:

$$I = \int_{\rho_k}^{\rho_{k+1}} \sigma \frac{\rho'}{\rho_0} d\rho', \quad (17)$$

що еквівалентно:

$$\rho_{k+1} = \sqrt{\rho_k^2 + 2\Delta\rho_0}, \quad (18)$$

при $k = 1, 2, 3.. N_T$ та

$$\rho_1 = \sqrt{2\Delta\rho_0}.$$

Приклад застосування додаткових до соленоїда торцевих обмоток представлено на рис. 4.

При моделюванні поля, що показано на рис. 4, використано параметри соленоїда, що представлено на рис. 3, з послідовно з'єднаними двома торцевими обмотками. Торцеві обмотки містять $N_T = 6$ витків, останній з яких є спільним з крайнім витком соленоїда. З порівняльного аналізу розподілу модуля МП для випадку соленоїда без торцевих обмоток та у випадку системи трьох обмоток випливає, що суттєве покращення однорідності МП при застосуванні додаткових обмоток відбувається у при торцевих областях поблизу вісі циліндра.

Висновки. Проаналізована обмеженість практичного використання коротких (з подовженням близько одиниці) соленоїдів для створення однорідного магнітного поля, яка пов'язана із таким незамкнутим характе-

ром розташування струмової обмотки на боковій поверхні циліндру, що повністю не охоплює робочий об'єм.

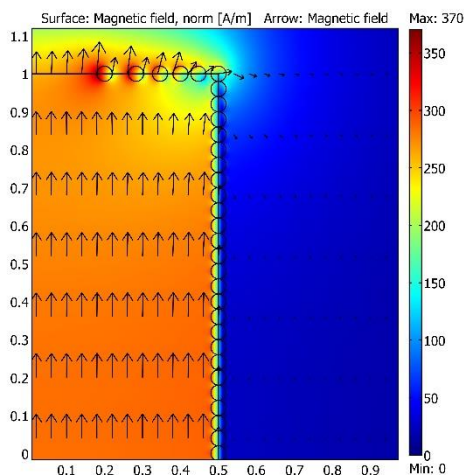


Рис. 4. Розподіл модуля напруженості магнітного поля в аксіальному перерізі четвертої частини системи з соленоїду та двох торцевих обмотках при спільному струмі 12,5 А

Проведено сферичний гармонічний аналіз магнітного поля створеного системою з соленоїду та двох торцевих обмоток, що дозволило встановити функціональні залежності густини струму на відповідних циліндричних поверхнях, які відтворюють першу ($n=1$) гармоніку – однорідну складову магнітного поля.

Отримані розрахункові формули кількості витків торцевої обмотки та геометричних параметрів їх укладки, за допомогою яких проведено моделювання сумарного магнітного поля всередині системи з трьох обмоток, яке підтвердило збільшення на 5–20 % робочого об'єму в залежності від подовження соленоїду.

Встановлено та підтверджено моделюванням, що ефективність використання торцевих обмоток для збільшення об'єму з однорідним магнітним полем зростає при наближенні подовження соленоїду до одиниці.

Запропоновано використовувати в пристроях для зняття м'якого залишкового намагнічування спільне джерело для електроживлення системи з трьох послідовно з'єднаних циліндричних обмоток, які створюють спадаюче у часі з амплітудою 240 А/м магнітне поле з відхиленням від однорідності у робочому об'ємі менш ніж 5 %.

Список літератури

1. Чечерников В.И. Магнитные измерения. М.: Изд-тво МГУ, 1969. 387 с.
2. Кифер И.И. Испытания ферромагнитных материалов / И.И. Кифер. 3-е изд. М.: Энергия, 1969. 360 с.
3. Окон П.И. Синтез намагничивающих и измерительных катушек на сфере. Создание средств измерений для метрологического обеспечения нанотеслометров / Сб. научных трудов НПО «ВНИИМ им. Д.И. Менделеева». 1988. С. 67–71.
4. Гетьман А.В. Создание пространственных гармоник магнитного поля системой контуров с током. Электричество. 2007. №2. С. 64–70.

5. Штамбергер Г.А. Устройства для создания слабых постоянных магнитных полей / Г.А. Штамбергер. Новосибирск: Наука, 1972. 175 с.
6. Карасик В.Р. Физика и техника сильных магнитных полей / В.Р. Карасик. М.: Наука, 1964. 348 с.
7. Gluck F. Axisymmetric Magnetic Field Calculation with Zonal Harmonic Expansion. Progress In Electromagnetics Research. B. Vol. 32. 2011. P. 351–388.
8. Getman A. Cylindrical harmonic analysis of the magnetic field in the aperture of the superconducting winding of an electromagnet. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. №1/5. С. 4–9.
9. Гетьман А.В., Константинов А.В. Метод цилиндрического гармонического анализа магнитного поля объектов с индуктивной намагнитченностью. Східно-Європейський журнал передових технологій. 2013. №3/5. С. 3–8.
10. Smythe W. Static and Dynamic Electricity. ISBN: 0891169172, Publisher: Hemisphere Publishing Corporation, 1989. 623 p.
11. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Дополнительные главы. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1986. 800 с.
12. ECSS-E-HB-20-07A "Space engineering: Electromagnetic compatibility hand-book" ESA-ESTEC. Requirements & Standards Division. Noordwijk, The Netherlands. 2012. 228 p.
13. ECSS-E-HB-20-07C "Space engineering: Electromagnetic compatibility hand-book" ESA-ESTEC. Requirements & Standards Division. Noordwijk, The Netherlands. 2012. 91 p.

References (transliterated)

1. Chechemikov V.I. Magnitnie izmereniya. M.: Izd-tvo MGU, 1969. 387 p.
2. Kifer I.I. Ispitaniya ferromagnitnikh materialov. 3-e izd. M.: Energiya, 1969. 360 p.
3. Okon P.I. Sintez namagnichivayushchikh i izmeritelnikh katushek na sfere. Sozdanie sredstv izmerenii dlya metrologicheskogo obespecheniya nanoteslometrov. Sb. nauchnikh trudov NPO «VNIIM im. D.I. Mendeleeva». 1988. Pp. 67–71.
4. Getman A.V. Sozdanie prostranstvennikh garmonik magnitnogo polya sistemoi konturov s tokom. Elektrichestvo. 2007. no. 2. Pp. 64–70.
5. Shtamberger G.A. Ustroistva dlya sozdaniya slabikh postoyannikh magnitnikh polei. Novosibirsk: Nauka, 1972. 175 p.
6. Karasik V.R. Fizika i tekhnika silnikh magnitnikh polei. M.: Nauka, 1964. 348 p.
7. Gluck F. Axisymmetric Magnetic Field Calculation with Zonal Harmonic Expansion. Progress In Electromagnetics Research. B. Vol. 32. 2011. Pp. 351–388.
8. Getman A. Cylindrical harmonic analysis of the magnetic field in the aperture of the superconducting winding of an electromagnet. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. no. 1(5). Pp. 4–9.
9. Getman A.V., Konstantinov A.V. Metod tsilindricheskogo garmonicheskogo analiza magnitnogo polya obektoy s induktivnoi namagnichennostyu. Skhidno-Evropetskii zhurnal peredovikh tekhnologii. 2013. no. 3(5). Pp. 3–8.
10. Smythe W. Static and Dynamic Electricity. ISBN: 0891169172, Publisher: Hemisphere Publishing Corporation, 1989. 623 p.
11. Prudnikov A.P., Brichkov Yu.A., Marichev O.I. Integrali i ryadi. Dopolnitelnie glavi. M.: Nauka, Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoi literaturi, 1986. 800 p.
12. ECSS-E-HB-20-07A "Space engineering: Electromagnetic compatibility hand-book" ESA-ESTEC. Requirements & Standards Division. Noordwijk, The Netherlands. 2012. 228 p.
13. ECSS-E-HB-20-07C "Space engineering: Electromagnetic compatibility hand-book" ESA-ESTEC. Requirements & Standards Division. Noordwijk, The Netherlands. 2012. 91 p.

Надійшло (received) 07.11.2023

Відомості про авторів / About the authors

Гетьман Андрій Володимирович (Getman Andriy Volodymyrovych) – доктор технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри «Теоретичні основи електротехніки»; e-mail: getmanav70@gmail.com.

Константинов Олександр Вікторович (Konstantinov Oleksandr Viktorovych) – аспірант, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», кафедра «Теоретичні основи електротехніки»; e-mail: alex7wrt@gmail.com.