

*М.В. ХАЙ, В.М. ХАЙ, Б.М. ХАРЧИШИН*

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОЗРАХУНКУ УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ І СТАТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЯВНОПОЛЮСНИХ СИНХРОННИХ МАШИН

Явнополюсні синхронні машини (ЯСМ) займають одне з найважливіших місць як в генеруванні, так і споживанні електричної енергії. Сучасні досягнення під час проектування, виробництва та експлуатації ЯСМ є наслідком успішних звершень в галузях технології електромашинобудування, напівпровідникової техніки та математичного моделювання. Для розрахунку номінального усталеного режиму роботи ЯСМ та статичних характеристик (неробочого ходу, кутової, V-подібної, регульовальної і зовнішньої) розроблена математична модель, реалізація якої на комп'ютері дозволяє покращити техніко-економічні показники явнополюсних синхронних машин. Під час створення математичної моделі прийняті наступні допущення – магнітне поле машини умовно розділене на робоче поле та поля розсіяння; магнітне поле машини плоско паралельне; магнітне поле в активному шарі має тільки радіальну складову, а в ярмах статора й ротора – тільки тангенціальну; провідники обмоток розташовані у нескінченно тонкому шарі і розподілені вздовж розточки за гармонічним законом; втрати в сталі відсутні. Для створення математичної моделі ЯСМ записана система рівнянь електричного та магнітного стану. Щоб отримати рівняння, коефіцієнти яких не залежатимуть від положення ротора, використаний метод перетворення координат (перетворення до нерухомої відносно ротора прямокутної системи координат  $dq0$ ).

**Ключові слова:** явнополюсна синхронна машина, математична модель, статичні характеристики.

*M.V. KHAI, V.M. KHAI, B.M. KHARCHYSHYN*

## MATHEMATICAL MODEL FOR CALCULATING STEADY-STATE CONDITIONS AND STATIC CHARACTERISTICS OF SALIENT-POLE SYNCHROUS MACHINES

Salient-pole synchronous machines occupy a paramount position in both the generation and consumption of electrical energy. Recent achievements in the design, manufacturing, and operation of salient-pole synchronous machines are the result of successful advancements in the fields of electromechanical engineering technology, semiconductor technology, and mathematical modeling. To calculate the nominal steady-state operation of salient-pole synchronous machines and their static characteristics (no-load, angular, V-shaped, regulatory, and external), a mathematical model has been developed. Its computer implementation enhances the technical and economic performance of synchronous pole machines. During the creation of the mathematical model, the following assumptions were made: the magnetic field of the machine is conditionally divided into a working field and scattered fields; the magnetic field of the machine is flat and parallel; the magnetic field in the active layer has only a radial component, while in the stator and rotor yokes, only a tangential one; the winding conductors are located in an infinitely thin layer and distributed along the slot according to a harmonic law; losses in the steel are absent. To create the mathematical model of salient-pole synchronous machine, a system of equations for the electrical and magnetic state is formulated. To obtain equations with coefficients independent of the rotor position, the coordinate transformation method (transformation to the  $dq0$  rectangular coordinate system stationary with respect to the rotor) was employed.

**Keywords:** salient-pole synchronous machine, mathematical model, static characteristics.

**Постановка задачі.** Для розрахунку номінального усталеного режиму роботи ЯСМ та статичних характеристик: неробочого ходу, кутової, V-подібної, регульовальної, та зовнішньої необхідно створити математичну модель явнополюсної синхронної машини, алгоритми та комп'ютерну програму.

**Актуальність дослідження.** Постійне зростання можливостей комп'ютерної техніки відкриває все нові й ширші перспективи їх використання у царині інтелектуальної діяльності інженера. При виконанні проектно-конструкторських робіт комп'ютерна техніка використовується комплексно у складі систем автоматизованого проектування. Це призводить до поліпшення техніко-економічних показників спроектованих за їхньою допомогою електричних машин, значного скорочення термінів проектування, підвищення якості проектів [8, 9, 10, 11].

Розроблена у статті математична модель розрахунку номінального усталеного режиму роботи ЯСМ та статичних характеристик (неробочого ходу, кутової, V-подібної, регульовальної і зовнішньої), її реалізація на комп'ютері дозволяють покращити техніко-економічні показники явнополюсних синхронних машин.

**Метою статті** є створення математичної моделі розрахунку усталеного режиму роботи, статичних характеристик та її реалізація на комп'ютері.

**Об'єктом дослідження** є явнополюсні синхронні машини.

**Предметом дослідження** є математична модель розрахунку усталеного режиму роботи та статичні характеристики ЯСМ.

**Аналітичний огляд.** В поняття математичної моделі ЯСМ входять формування на основі законів фізики і з урахуванням вихідних допущень системи рівнянь, необхідної і достатньої для досягнення поставленої мети, і аналітичне перетворення цієї системи, яке забезпечує оптимальність розв'язування задачі на комп'ютері [1, 2, 3, 4, 7, 10,11, 13].

Аналіз літератури показав, що задовільною для більшості практичних задач точність досягається за допомогою математичної моделі насиченої ЯСМ, основаної на розрахунку робочого магнітного поля в одновимірній постановці [1, 2, 3, 4, 10,11].

Кардинальним вирішенням проблеми підвищення точності математичного моделювання насичених ЯСМ можливе на основі розрахунків електромагнітних полів у двовимірній постановці [7, 8, 13,14].

**Вступ.** У теорії електричних машин широко використовують перетворення координат. За своєю сутністю перетворення координат є заміною змінних, коли змінні машини у фазних координатах (струми, поточкозчеплення тощо) замінюють новими змінними у новій прямокутній системі координат. Після знаходження значень нових змінних здійснюють зворотне перетворення до вихідних змінних.

Перетворення координат використовують для перетворення диференціальних рівнянь електричного ста-

© М.В. Хай, В.М. Хай, Б.М. Харчишин 2024

ну машини, які містять змінні коефіцієнти, до диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами.

У теорії ЯСМ найчастіше використовують  $d, q$ -перетворення до нерухомої відносно ротора прямокутної системи координат  $dq\theta$ , при цьому трифазну обмотку статора замінюють трьома обмотками  $d, q$  і  $\theta$ . Обмотка  $d$  статора розташована на осі  $q$  і її магнітна вісь збігається з віссю  $d$ , обмотка  $q$  розташована на осі  $d$  і її магнітна вісь збігається з віссю  $q$ . Обмотка  $\theta$  не має електромагнітного зв'язку з обмотками  $d$  і  $q$ .

Струми  $i_d, i_q, i_\theta$  обмоток  $d, q, \theta$  визначають через струми  $i_A, i_B, i_C$  фаз статора за формулами

$$i_d = \frac{2}{3}(i_A \cos \gamma + i_B \cos(\gamma - 2\pi/3) + i_C \cos(\gamma + 2\pi/3));$$

$$i_q = \frac{2}{3}(i_A \sin \gamma + i_B \sin(\gamma - 2\pi/3) + i_C \sin(\gamma + 2\pi/3));$$

$$i_\theta = \frac{1}{3}(i_A + i_B + i_C),$$

де  $\gamma$  – кут повороту ротора, який визначають як кут нахилу поздовжньої осі  $d$  прямокутної системи координат  $dq\theta$  до магнітної осі фази  $A$ .

Зворотне  $d, q$ -перетворення від змінних у координатах  $dq\theta$  до змінних у фазних координатах здійснюють за формулами

$$i_A = i_d \cos \gamma + i_q \sin \gamma + i_\theta;$$

$$i_B = i_d \cos(\gamma - 2\pi/3) + i_q \sin(\gamma - 2\pi/3) + i_\theta;$$

$$i_C = i_d \cos(\gamma + 2\pi/3) + i_q \sin(\gamma + 2\pi/3) + i_\theta.$$

**Допущення.** До розрахунку усталеного режиму і статичних характеристик ЯСМ приймемо такі допущення [1, 2, 3, 10, 11]:

1. Магнітне поле машини умовно розділене на робоче поле та поля розсіяння, причому поля розсіяння вважають лінійними однорідними функціями струмів обмоток.

2. Магнітне поле машини плоскопаралельне.

3. Зубцеві зони статора й ротора замінені гладкими, які у радіальному напрямі мають характеристику намагнічування реальних зубцевих зон, розраховану на одну зубцеву поділку, а в тангенціальному – нескінченний магнітний опір.

4. Магнітне поле в активному шарі (повітряному проміжку, зубцевих зонах, осерді полюса ротора має тільки радіальну складову, а в ярмах статора й ротора – тільки тангенціальну.

5. Магнітна індукція у межах ярма статора, ярма ротора, осердя полюса, полюсного наконечника ротора незмінна.

6. Провідники обмоток розташовані у нескінченно тонкому шарі і розподілені вздовж розточки за гармонічним законом.

7. Втрати в сталі відсутні.

**Рівняння електричного стану.** Електричний стан ЯСМ в осях  $d, q$  в усталеному режимі роботи описується системою рівнянь

$$\begin{aligned} -\omega \Psi_q + R_a I_d + U_d &= 0; \\ \omega \Psi_d + R_a I_q + U_q &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $\omega$  – колова частота струму статора;

$R_a$  – активний опір обмотки статора;

$\Psi_d, \Psi_q$  – потокозчеплення поздовжнього і поперечного контурів статора (проекції на осі  $d, q$  (рис. 1) зображувального вектора  $\bar{\Psi}$  потокозчеплення статора);

$I_d, U_d, I_q, U_q$  – струм та напруга поздовжнього та поперечного контурів статора відповідно (проекції на осі  $d, q$  зображувального вектора  $\bar{I}$  струму та вектора  $\bar{U}$  напруги статора).

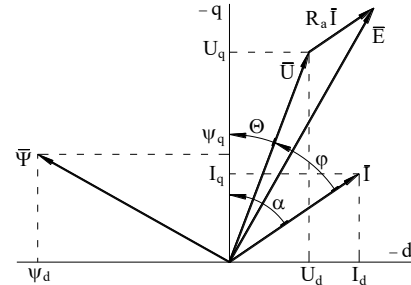


Рис. 1. Зображувальні вектори  $\bar{I}, \bar{U}, \bar{\Psi}$  та їх проекції на осі  $d$  і  $q$

Зауважимо, що рівняння (1) електричного стану ЯСМ не містять рівнянь електричного стану пускової (демпферної) обмотки, оскільки в усталеному режимі роботи у цих обмотках не наводяться електрорушійні сили і не протікають струми.

Утворимо вектор  $\bar{I} = [I_d \ I_q]^T$  струмів обмоток статора, вектор  $\bar{\Psi} = [\Psi_d \ \Psi_q]^T$  потокозчеплень обмоток статора, вектор  $\bar{U} = [U_d \ U_q]^T$  напруг обмоток статора, матрицю  $R = \text{diag}(R_a, R_a)$  опорів обмоток статора, матрицю  $\Omega = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  і запишемо систему

$$\omega \Omega \bar{\Psi} + R \bar{I} + \bar{U} = 0. \quad (2)$$

З рис. 1 видно, що

$$\begin{aligned} U_d &= -\sqrt{2}U \sin \Theta; & U_q &= -\sqrt{2}U \cos \Theta; \\ I_d &= -\sqrt{2}I \sin \alpha; & I_q &= -\sqrt{2}I \cos \alpha, \end{aligned} \quad (3)$$

де  $U, I$  – діюче значення фазної напруги та струму обмотки статора відповідно;

$\Theta$  – кут навантаження.

$$\alpha = \varphi + \Theta, \quad (4)$$

де  $\varphi$  – фазовий кут вектора струму.

Утворимо одиничну матрицю  $\check{I}_2 = \text{diag}(1, 1)$ , стовпці

$$\begin{aligned} \bar{D}(\Theta) &= \begin{bmatrix} -\sqrt{2} \sin \Theta & -\sqrt{2} \cos \Theta \end{bmatrix}^T, \\ \bar{S}(\alpha) &= \begin{bmatrix} -\sqrt{2} \sin \alpha & -\sqrt{2} \cos \alpha \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad \text{та запишемо формули (3) у матричному вигляді}$$

$$\bar{U} = U \check{I}_2 \bar{D}(\Theta); \quad (5)$$

$$\bar{I} = I \check{I}_2 \bar{S}(\alpha). \quad (6)$$

**Рівняння магнітного стану ЯСМ.** Візьмемо на розточці статора довільну нерухому відносно статора точку  $P$  (рис. 2). Положення точки  $P$  на статорі визначимо кутом  $\eta$  нахилу між проведеним від осі

обертання машини через точку  $P$  променем  $OP$  до поздовжньої осі  $d$ .

Утворимо контур  $A_1A_2A_3A_4$ , який проходить через активний шар у точці  $P$  з координатою  $\eta$ , активний шар у точці  $P'$  з координатою  $\eta + \pi$ , ярмо статора, ярмо ротора та сусідній полюс.

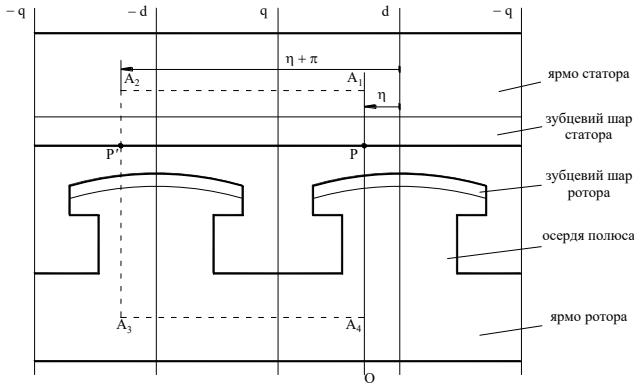


Рис. 2. До виведення рівнянь магнітного стану ЯСМ

За законом повного струму для контура  $A_1A_2A_3A_4$  інтегрування маємо рівняння

$$\frac{3wk_{об}}{\pi p} I_a \cos \eta + \frac{3wk_{об}}{\pi p} I_q \sin \eta + 2w_f I_f - F_{z\eta} - 2 \frac{\delta_\eta k_{\delta\eta}}{\mu_0} B_{\delta\eta} - F_a - F_f = 0 \quad (7)$$

де  $I_f$  – струм обмотки збудження;

$F_{z\eta}$  – подвоєне значення магнітної напруги зубцевого шару у точці з координатою  $\eta$ ;

$B_{\delta\eta}$  – магнітна індукція у повітряному проміжку в точці з координатою  $\eta$ ;

$F_a$  – магнітна напруга ярма статора;

$F_f$  – магнітна напруга ярма ротора та осердя полюса;

$w$  – кількість витків обмоток статора;

$w_f$  – кількість витків обмотки збудження;

$k_{об}$  – обмотковий коефіцієнт обмоток статора;

$p$  – кількість пар полюсів;

$\delta_\eta$  – величина повітряного проміжку у точці з координатою  $\eta$ ;

$k_{\delta\eta}$  – коефіцієнт Картера у точці з координатою  $\eta$ ;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$  – магнітна проникність пустоти.

Магнітна напруга  $F_{z\eta}$  зубцевого шару зв'язана з магнітною індукцією  $B_{\delta\eta}$  у повітряному проміжку згідно з характеристикою

$$F_{z\eta} = F_{z\eta}(B_{\delta\eta}) \quad (8)$$

намагнічування активного шару.

Магнітна напруга  $F_a$  ярма статора зв'язана з магнітним потоком  $\Phi_a$  ярма статора згідно з характеристикою

$$F_a = F_a(\Phi_a) \quad (9)$$

намагнічування ярма статора.

Магнітна напруга  $F_f$  ярма ротора та осердя полюса, зв'язана з магнітним потоком  $\Phi_f$  ярма ротора та осердя полюса згідно з характеристикою

$$F_f = F_f(\Phi_f) \quad (10)$$

намагнічування ротора.

Магнітний потік у ярмі статора обчислюють за формулою

$$\Phi_a = \frac{l_\delta \tau}{\pi} \int_0^\pi B_{\delta\eta} d\eta, \quad (11)$$

де  $l_\delta$  – розрахункова довжина машини;

$\tau$  – полюсна поділлка.

Магнітний потік у ярмі ротора та осерді полюса обчислюють за формулою

$$\Phi_f = \Phi_a + \lambda_{\sigma f}(2w_f I_f - F_f), \quad (12)$$

де  $\lambda_{\sigma f}$  – магнітна провідність розсіяння полюса.

Формулу (12) запишемо у такому вигляді

$$\Phi_f - \Phi_a - \lambda_{\sigma f}(2w_f I_f - F_f) = 0. \quad (13)$$

Накладемо вздовж розточки статора у межах полюсної поділки сітку з рівновіддаленими  $N$  вузлами. Замінімо інтеграл у формулі (11) сумою, тобто

$$\Phi_a = \frac{l_\delta \tau}{\pi} \sum_0^\pi B_{\delta\eta} d\eta, \quad (14)$$

де  $c_\phi = \frac{l_\delta \tau}{N}$ .

Рівняння (7) запишемо для усіх вузлів сітки і отримаємо таку систему рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{3wk_{об}}{\pi p} I_a \cos \eta_1 + \frac{3wk_{об}}{\pi p} I_q \sin \eta_1 + 2w_f I_f - F_{z1} - 2 \frac{\delta_1 k_{\delta 1}}{\mu_0} B_{\delta 1} - F_a - F_f = 0; \\ \vdots \\ \frac{3wk_{об}}{\pi p} I_a \cos \eta_N + \frac{3wk_{об}}{\pi p} I_q \sin \eta_N + 2w_f I_f - F_{zN} - 2 \frac{\delta_N k_{\delta N}}{\mu_0} B_{\delta N} - F_a - F_f = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Характеристикою намагнічування (8) еквівалентного активного шару запишемо для усіх вузлів сітки

$$F_{z1} = F_{z1}(B_{\delta 1}); \\ \vdots \quad (16)$$

$$F_{zN} = F_{zN}(B_{\delta N}).$$

Утворимо вектори і матриці:

$\vec{B}_\delta = [B_{\delta 1} \dots B_{\delta N}]^T$  – вектор магнітної індукції у повітряному проміжку у вузлах сітки;

$\vec{F}_z = [F_{z1} \dots F_{zN}]^T$  – вектор магнітних напруг зубцевого шару у вузлах сітки;

$\delta' = \text{diag}(2 \frac{\delta_1 k_{\delta 1}}{\mu_0}, \dots, 2 \frac{\delta_N k_{\delta N}}{\mu_0})$  – діагональна матриця розміру  $N$ ;

$$\Xi = \begin{bmatrix} \cos \eta_1 & \sin \eta_1 \\ \vdots & \vdots \\ \cos \eta_N & \sin \eta_N \end{bmatrix} - \text{матриця розміру } N \times 2;$$

$\vec{C} = [I \dots I]^T$  – стовпець розміру N.

З урахуванням введених векторів і матриць запишемо рівняння (14), (15), (16) у матричному вигляді

$$\Phi_a = c_\varphi \vec{C}_T \vec{B}_\delta; \quad (17)$$

$$\frac{3wk_{o\delta}}{\pi p} \Xi \vec{I} + 2w_f I_f \vec{C} - \vec{F}_z - \delta \vec{B}_\delta - \vec{C} F_a - \vec{C} F_f = 0; \quad (18)$$

$$\vec{F}_z = \vec{F}_z(\vec{B}_\delta). \quad (19)$$

**Розрахунок потокозчеплень та електромагнітного моменту.** Потокозчеплення обмоток статора обчислюють за формулами

$$\psi_d = L_{\sigma d} I_d + \frac{4l_\delta tk_{o\delta}}{\pi^2} \int_0^\pi B_{\delta\eta} \cos \eta d\eta; \quad (20)$$

$$\psi_q = L_{\sigma q} I_q + \frac{4l_\delta tk_{o\delta}}{\pi^2} \int_0^\pi B_{\delta\eta} \sin \eta d\eta,$$

де  $L_{\sigma\alpha}$  – індуктивність розсіяння обмотки статора.

Замінивши інтеграли у (20) сумами, отримуємо

$$\psi_d = L_{\sigma d} I_d + \frac{4l_\delta tk_{o\delta}}{\pi N} (B_{\delta 1} \cos \eta_1 + \dots + B_{\delta N} \cos \eta_N); \quad (21)$$

$$\psi_q = L_{\sigma q} I_q + \frac{4l_\delta tk_{o\delta}}{\pi N} (B_{\delta 1} \sin \eta_1 + \dots + B_{\delta N} \sin \eta_N).$$

Утворимо матрицю  $L_\sigma = \text{diag}(L_{\sigma d}, L_{\sigma q})$  індуктивностей розсіяння обмоток статора й вектор  $\vec{\psi} = [\psi_d \ \psi_q]^T$  потокозчеплень обмоток статора і запишемо формули (21) у матричному вигляді

$$\vec{\psi} = L_\sigma \vec{I} + c_\psi \Xi_T \vec{B}_\delta, \quad (22)$$

де  $c_\psi = \frac{4l_\delta tk_{o\delta}}{\pi N}$ .

Електромагнітний момент ЯСМ у координатах d, q обчислюють за формулою

$$M = \frac{3}{2} p (\psi_d I_q - \psi_q I_d), \quad (23)$$

або у матричному вигляді

$$M = -\frac{3}{2} p \vec{\psi}_T \Omega \vec{I}. \quad (24)$$

**Розрахунок усталеного режиму і статичних характеристик.** Для перевірки відповідності спроектованої ЯСМ вимогам технічного завдання слід виконати розрахунок її номінального усталеного режиму роботи та статичних характеристик, а саме:

1) характеристики неробочого ходу  $E = E(I_f)$ , тобто залежності діючого значення фазної ЕРС від струму збудження;

2) кутової характеристики  $M = M(\Theta)$ ,  $I_f = \text{const}$ , тобто залежності електромагнітного моменту від кута навантаження при незмінному струмі збудження;

3) V-подібної характеристики  $I = I(I_f)$ , для  $P = \text{const}$ , тобто залежності струму статора від струму збудження при незмінній потужності.

4) регулювальної характеристики синхронного генератора  $I = I(I_f)$ , для  $U = \text{const}$ ,  $\cos \varphi = \text{const}$ , тобто залежності струму статора від струму збудження при незмінній напрузі;

5) зовнішньої характеристики синхронного генератора  $U = U(I)$ , для  $I_f = \text{const}$ ,  $\cos \varphi = \text{const}$ , тобто залежності напруги статора від струму статора при незмінному струмі збудження.

**Розрахунок номінального усталеного режиму роботи.** Мета розрахунку номінального усталеного режиму роботи ЯСМ полягає у знаходженні струму  $I_f$  збудження при заданих номінальній напрузі  $U$  статора, номінальному струмі  $I$  статора та номінальному коефіцієнті потужності  $\cos \varphi$ .

Для досягнення цієї мети слід розв'язати таку систему лінійних рівнянь

$$\omega \Omega \vec{\Psi} + R \vec{I} + \vec{U} = 0; \quad (25)$$

$$\vec{U} = U I_2 \vec{D}(\Theta); \quad (26)$$

$$\vec{I} = I I_2 \vec{S}(\alpha); \quad (27)$$

$$\alpha = \varphi + \Theta; \quad (28)$$

$$\frac{3wk_{o\delta}}{\pi p} \Xi \vec{I} + 2w_f I_f \vec{C} - \vec{F}_z - \delta \vec{B}_\delta - \vec{C} F_a - \vec{C} F_f = 0$$

$$\Phi_f - \Phi_a - \lambda_\sigma (2w_f I_f - F_f) = 0; \quad (30)$$

$$\vec{F}_z = \vec{F}_z(\vec{B}_\delta); \quad (31)$$

$$F_a = F_a(\Phi_a); \quad (32)$$

$$F_f = F_f(\Phi_f); \quad (33)$$

$$\Phi_a = c_\varphi \vec{C}_T \vec{B}_\delta; \quad (34)$$

$$\vec{\psi} = L_\sigma \vec{I} + c_\psi \Xi_T \vec{B}_\delta; \quad (35)$$

$$UI \cos \varphi - \vec{U}_T \vec{I} = 0. \quad (36)$$

У рівнянні (36) перший член – це активна потужність машини у фазних координатах, а другий – активна потужність у координатах d, q.

Нелінійну систему алгебричних рівнянь (25) – (36) розв'язуватимемо методом Ньютона.

Лінеаризована на i-тій ітерації методу Ньютона система рівнянь (25) – (36) набуває вигляду

$$\omega \Omega \Delta \vec{\psi}^{(i)} + R \Delta \vec{I}^{(i)} + \Delta \vec{U}^{(i)} = -\vec{f}_e^{(i-1)}, \quad (37)$$

$$\Delta \vec{U}^{(i)} = U I_2 \vec{D}_{d/d\Theta}(\Theta^{(i-1)}) \Delta \Theta^{(i)}; \quad (38)$$

$$\Delta \vec{I}^{(i)} = I I_2 \vec{S}_{d/d\alpha}(\alpha^{(i-1)}) \Delta \alpha^{(i)}; \quad (39)$$

$$\Delta \alpha = \Delta \Theta; \quad (40)$$

$$\frac{3wk_{o\delta}}{\pi p} \Xi \Delta \vec{I}^{(i)} + 2w_f \Delta I_f^{(i)} \vec{C} - \Delta \vec{F}_z^{(i)} - \delta' \Delta \vec{B}_\delta^{(i)} - \vec{C} \Delta F_a^{(i)} - \vec{C} \Delta F_f^{(i)} = -\vec{f}_m^{(i-1)}; \quad (41)$$

$$\Delta \Phi_f^{(i)} - \Delta \Phi_a^{(i)} - 2\lambda_\sigma w_f \Delta I_f^{(i)} + \lambda_\sigma \Delta F_f^{(i)} = -f_{m2}^{(i-1)}; \quad (42)$$

$$\Delta \vec{F}_z^{(i)} = \rho_z^{(i-1)} \Delta \vec{B}_\delta^{(i)}; \quad (43)$$

$$\Delta F_a^{(i)} = R_{ma}^{(i-1)} \Delta \Phi_a^{(i)}; \quad (44)$$

$$\Delta F_f^{(i)} = R_{mf}^{(i-1)} \Delta \Phi_f^{(i)}; \quad (45)$$

$$\Delta\Phi_a^{(i)} = c_\phi \bar{C}_T \Delta\bar{B}_\delta^{(i)}; \tag{46}$$

$$\Delta\bar{\psi}^{(i)} = L_\sigma \Delta\bar{I}^{(i)} + c_\psi \bar{\Xi}_T \Delta\bar{B}_\delta^{(i)}, \tag{47}$$

$$-\bar{U}_T^{(i-1)} \Delta\bar{I}^{(i)} - \bar{I}_T^{(i-1)} \Delta\bar{U}^{(i)} = -f_P^{(i-1)}, \tag{48}$$

де  $\Delta\bar{\psi}^{(i)}$ ,  $\Delta\bar{I}^{(i)}$ ,  $\Delta\bar{U}^{(i)}$ ,  $\Delta\Theta^{(i)}$ ,  $\Delta\alpha^{(i)}$ ,  $\Delta I_f^{(i)}$ ,  $\Delta\bar{F}_z^{(i)}$ ,  $\Delta\bar{B}_\delta^{(i)}$ ,  $\Delta F_a^{(i)}$ ,  $\Delta F_f^{(i)}$ ,  $\Delta\Phi_a^{(i)} = c_\phi \bar{C}_T \Delta\bar{B}_\delta^{(i)}$ ,  $\Delta\Phi_f^{(i)}$  – поправки невідомих  $\bar{\psi}$ ,  $\bar{I}$ ,  $\bar{U}$ ,  $\Theta$ ,  $\alpha$ ,  $I_f$ ,  $\bar{F}_z$ ,  $\bar{B}_\delta$ ,  $F_a$ ,  $F_f$ ,  $\Phi_a$ ,  $\Phi_f$  на  $i$ -тій ітерації методу Ньютона;

$$\bar{f}_e^{(i-1)} = \omega\Omega\bar{\psi}^{(i-1)} + R\bar{I}^{(i-1)} + \bar{U}^{(i-1)}; \tag{49}$$

$$\bar{f}_{m1}^{(i-1)} = \frac{3wk_{об}}{\pi p} \bar{\Xi}\bar{I}^{(i-1)} + 2w_f I_f^{(i-1)} \bar{C} - \bar{F}_z^{(i-1)} - \delta\bar{B}_\delta^{(i-1)} - \bar{C}F_a^{(i-1)} - \bar{C}F_f^{(i-1)}; \tag{50}$$

$$f_{m2}^{(i-1)} = \Phi_f^{(i-1)} - \Phi_a^{(i-1)} - \lambda_{\sigma f} (2w_f I_f^{(i-1)} - F_f^{(i-1)}); \tag{51}$$

$$f_P^{(i-1)} = UI \cos \varphi - \bar{U}_T^{(i-1)} \bar{I}^{(i-1)} \tag{52}$$

– нев’язки рівнянь (25), (29), (30), (36), обчислені за ( $i-1$ )-им наближенням невідомих;

$\rho_z^{(i-1)}$  – значення матриці

$$\rho_z = \frac{d\bar{F}_z}{d\bar{B}_\delta} = \text{diag}\left(\frac{dF_{z1}}{dB_{\delta1}}, \dots, \frac{dF_{zN}}{dB_{\delta N}}\right) = \text{diag}(\rho_{z1}, \dots, \rho_{zN}) \tag{53}$$

питомих магнітних опорів еквівалентного активного шару, обчислене за ( $i-1$ )-им наближенням невідомих;

$R_{ma}^{(i-1)}$ ,  $R_{mf}^{(i-1)}$  – значення

$$R_{ma} = \frac{dF_a}{d\Phi_a}; \quad R_{mf} = \frac{dF_f}{d\Phi_f} \tag{54}$$

магнітного опору ярма статора та магнітного опору ротора, обчислені за ( $i-1$ )-им наближенням невідомих;

$\bar{D}_{d/d\Theta}(\Theta^{(i-1)})$ ,  $\bar{S}_{d/d\alpha}(\alpha^{(i-1)})$  – значення стовпців

$$\bar{D}_{d/d\Theta}(\Theta) = \frac{d\bar{D}(\Theta)}{d\Theta} = \begin{bmatrix} -\sqrt{2} \cos \Theta & \sqrt{2} \sin \Theta \end{bmatrix}^T; \tag{55}$$

$$\bar{S}_{d/d\alpha}(\alpha) = \frac{d\bar{S}(\alpha)}{d\alpha} = \begin{bmatrix} -\sqrt{2} \cos \alpha & \sqrt{2} \sin \alpha \end{bmatrix}^T,$$

обчислені за ( $i-1$ )-им наближенням невідомих.

Підставивши до рівнянь (37), (41), (42), (48) формули (38) – (40), (43) – (47), отримуємо лінійну систему алгебричних рівнянь

$$Z^{(i-1)} \Delta\bar{X}_n^{(i)} = -\bar{f}^{(i-1)}, \tag{56}$$

де  $Z^{(i-1)}$  – значення матриці

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & c_\psi \omega \Omega \bar{\Xi}_T & 0 & (\omega \Omega L_\sigma + R) \bar{I}_2 \bar{S}_{d/d\alpha}(\alpha) + U \bar{I}_2 \bar{D}_{d/d\Theta}(\Theta) \\ 2w_f \bar{C} & -\rho_z - \delta' - c_\phi R_{ma} \bar{C} \bar{C}_T & -\bar{C} R_{mf} & \frac{3wk_{об}}{\pi p} \bar{\Xi} \bar{I}_2 \bar{S}_{d/d\alpha}(\alpha) \\ -\lambda_{\sigma f} 2w_f & -c_\phi \bar{C}_T & 1 + \lambda_{\sigma f} R_{mf} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{I} \bar{U}_T \bar{I}_2 \bar{S}_{d/d\alpha}(\alpha) - U \bar{I}_T \bar{I}_2 \bar{D}_{d/d\Theta}(\Theta) \end{bmatrix}$$

обчислене за ( $i-1$ )-им наближенням невідомих;

$$\Delta\bar{X}_n^{(i)} = \begin{bmatrix} \Delta I_f^{(i)} & \Delta\bar{B}_\delta^{(i)} & \Delta\Phi_f^{(i)} & \Delta\Theta^{(i)} \end{bmatrix}^T$$

– вектор поправок первинних невідомих на  $i$ -тій ітерації;

$\bar{f}^{(i-1)}$  – значення вектора  $\bar{f} = [\bar{f}_e \quad \bar{f}_{m1} \quad f_{m2} \quad f_P]^T$  нев’язок, обчислене за ( $i-1$ )-им наближенням невідомих.

Для розв’язування нелінійної системи алгебричних рівнянь (25) – (36) методом Ньютона слід на  $i$ -тій ітерації:

1) за ( $i-1$ )-им наближенням невідомих обчислити значення матриці  $Z^{(i-1)}$  та вектора  $\bar{f}^{(i-1)}$ ;

2) розв’язати лінійну систему алгебричних рівнянь (56) методом Гаусса;

3) обчислити  $i$ -те наближення вектора  $\bar{X}_n^{(i)}$  первинних невідомих за формулою

$$\bar{X}_n^{(i)} = \bar{X}_n^{(i-1)} + \Delta\bar{X}_n^{(i)};$$

4) обчислити  $i$ -те наближення вторинних невідомих послідовно за формулами (26) – (28), (31) – (35).

**Розрахунок характеристики неробочого ходу**

Розрахунок характеристики неробочого ходу можна здійснювати двома шляхами:

1) задатися  $E$  і відшукати  $I_f$ ;

2) задатися  $I_f$  і відшукати  $E$ .

За неробочого ходу  $\Theta = 0$ ,  $\bar{I} = 0$  рівняння (2) електричного стану набуває вигляду

$$\omega\Omega\bar{\psi} + \bar{U} = 0. \tag{57}$$

Оскільки при неробочому ході фазна напруга на затискачах обмотки статора дорівнює наведеній в обмотці електрорушійній силі  $E$ , то рівняння (5) набуває вигляду

$$\bar{U} = E \bar{I}_2 \bar{D}(\Theta); \tag{58}$$

Розрахунок характеристики неробочого ходу виконуватимемо, задаючись значенням  $E$  і відшукуючи струм  $I_f$  збудження, тобто у цьому випадку вектор напруг  $\bar{U}$  відомий.

Доповнимо рівняння (57) рівняннями (18), (13) магнітного стану, характеристиками (19), (9), (10) намагнічування елементів магнітопроводу ЯСМ, формулою (17) для обчислення потоку  $\Phi_a$  та формулою (22) для обчислення потокозчеплень, тобто

$$2w_f I_f \bar{C} - \bar{F}_z - \delta\bar{B}_\delta - \bar{C}F_a - \bar{C}F_f = 0; \tag{59}$$

$$\Phi_f - \Phi_a - \lambda_{\sigma f} (2w_f I_f - F_f) = 0; \tag{60}$$

$$\bar{F}_z = \bar{F}_z(\bar{B}_\delta); \tag{61}$$

$$F_a = F_a(\Phi_a); \tag{62}$$

$$F_f = F_f(\Phi_f); \tag{63}$$

$$\Phi_a = c_\phi \bar{C}_T \bar{B}_\delta; \tag{64}$$

$$\bar{\psi} = c_\psi \bar{\Xi}_T \bar{B}_\delta. \tag{65}$$

Розв’язуючи нелінійну систему алгебричних рівнянь (57), (59) – (65) методом Ньютона, отримуємо на  $i$ -тій ітерації лінійну систему алгебричних рівнянь

$$Z^{(i-1)} \Delta\bar{X}_n^{(i)} = -\bar{f}^{(i-1)}, \tag{66}$$

де  $Z^{(i-1)}$  – значення матриці

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & c_\psi \omega \Omega \Xi_T & 0 \\ 2w_f \bar{C} & -\rho_z - \delta' - c_\Phi R_{ma} \bar{C} \bar{C}_T & -\bar{C} R_{mf} \\ -\lambda_{\sigma f} 2w_f & -c_\Phi \bar{C}_T & 1 + \lambda_{\sigma f} R_{mf} \end{bmatrix}$$

обчислене за  $(i-1)$ -им наближенням невідомих;

$\Delta \bar{X}_n^{(i)} = [\Delta \bar{I}_f^{(i)} \quad \Delta \bar{B}_\delta^{(i)} \quad \Delta \Phi_f^{(i)}]^T$  – вектор поправок первинних невідомих на  $i$ -тій ітерації;

$\bar{f}^{(i-1)}$  – значення вектора

$$\bar{f} = \begin{bmatrix} \bar{f}_e \\ \bar{f}_{m1} \\ \bar{f}_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \Omega \bar{\psi} + \bar{U} \\ 2w_f I_f \bar{C} - \bar{F}_z - \delta \bar{B}_\delta - \bar{C} F_a - \bar{C} F_f \\ \Phi_f - \Phi_a - \lambda_{\sigma f} (2w_f I_f - F_f) \end{bmatrix}$$

нев'язок, обчислене за  $(i-1)$ -им наближенням невідомих.

Для розрахунку характеристики неробочого ходу необхідно задатися рядом значень  $E$ , наприклад,  $E = 0; 0,1U_n; 0,2U_n; \dots; 1,2U_n$  (де  $U_n$  – номінальна фазна напруга), і для кожного значення  $E$  за формулою (58) обчислити вектор  $\bar{U}$  напруг та розв'язати нелінійну систему алгебричних рівнянь (57), (59) – (65) методом Ньютона за алгоритмом, аналогічним до описаного вище.

**Розрахунок V-подібної характеристики.** Розрахунок V-подібної характеристики проводимо, вважаючи  $M = const$ , оскільки  $M = 60P/2\pi n$  і  $P = const$  (де  $n$  – синхронна швидкість обертання ротора).

Для розрахунку V-подібної характеристики необхідно задатися діючим значенням фазної напруги  $U$  статора, рядом значень струму  $I_f$  збудження і для кожного значення  $I_f$  розв'язати нелінійну систему алгебричних рівнянь

$$\omega \Omega \bar{\psi} + R \bar{I} + \bar{U} = 0; \quad (67)$$

$$\bar{U} = U \check{1}_2 \bar{D}(\Theta); \quad (68)$$

$$\frac{3wk_{об} \Xi \bar{I} + 2w_f I_f \bar{C} - \bar{F}_z - \delta \bar{B}_\delta - \bar{C} F_a - \bar{C} F_f}{\pi p} = 0; \quad (69)$$

$$\Phi_f - \Phi_a - \lambda_{\sigma f} (2w_f I_f - F_f) = 0; \quad (70)$$

$$\bar{F}_z = \bar{F}_z(\bar{B}_\delta); \quad (71)$$

$$F_a = F_a(\Phi_a); \quad (72)$$

$$F_f = F_f(\Phi_f); \quad (73)$$

$$\Phi_a = c_\Phi \bar{C}_T \bar{B}_\delta; \quad (74)$$

$$\bar{\psi} = L_\sigma \bar{I} + c_\psi \Xi_T \bar{B}_\delta; \quad (75)$$

$$M = -\frac{3}{2} p \bar{\psi}_T \Omega \bar{I}, \quad (76)$$

а діюче значення струму  $I$  фази статора обчислити за формулою

$$I = \sqrt{I_d^2 + I_q^2}. \quad (77)$$

Розв'язуючи нелінійну систему алгебричних рівнянь (67) – (76) методом Ньютона, отримуємо на  $i$ -тій ітерації лінійну систему алгебричних рівнянь

$$Z^{(i-1)} \Delta \bar{X}_n^{(i)} = -\bar{f}^{(i-1)}, \quad (78)$$

де  $Z^{(i-1)}$  – значення матриці  $Z$  обчислене за  $(i-1)$ -им наближенням невідомих;

$\Delta \bar{X}_n^{(i)} = [\Delta \bar{I}^{(i)} \quad \Delta \bar{B}_\delta^{(i)} \quad \Delta \Phi_f^{(i)} \quad \Delta \Theta^{(i)}]^T$  – вектор поправок первинних невідомих на  $i$ -тій ітерації;

$\bar{f}^{(i-1)}$  – значення вектора

$$\bar{f} = \begin{bmatrix} \bar{f}_e \\ \bar{f}_{m1} \\ \bar{f}_{m2} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \Omega \bar{\psi} + R \bar{I} + \bar{U} \\ \frac{3wk_{об} \Xi \bar{I} + 2w_f I_f \bar{C} - \bar{F}_z - \delta \bar{B}_\delta - \bar{C} F_a - \bar{C} F_f}{\pi p} \\ \Phi_f - \Phi_a - \lambda_{\sigma f} (2w_f I_f - F_f) \\ 0 \end{bmatrix}$$

нев'язок, обчислене за  $(i-1)$ -им наближенням невідомих.

**Розрахунок на комп'ютері.** Для розрахунку номінального усталеного режиму роботи ЯСМ та статичних характеристик (неробочого ходу, кутової, V-подібної, регульовальної і зовнішньої) вибрані з каталогів й довідників [5, 6] технічні параметри явнополюсного синхронного двигуна, які наведені у табл. 1.

Таблиця 1 – Технічні параметри явнополюсного синхронного двигуна потужністю 800 кВт

Тип	$P_{ном}$ , кВт	$n$ , об/хв	$U_{ном}$ , кВ	ККД	$\frac{M_{макс}}{M_{ном}}$	$\frac{M_{пуск}}{M_{ном}}$	$\frac{I_{пуск}}{I_{ном}}$
СДН-2	800	600	6,0	0,949	1,8	0,75	5,0

Результати розрахунку наведені у табл.2 – 5 та показані на рис.3 – 6.

Таблиця 2 – Характеристика неробочого ходу досліджуваного явнополюсного синхронного двигуна

$E^*$	в.о.	0,50	0,70	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30
$I_f^*$	в.о.	0,45	0,64	0,85	1,00	1,23	1,73	2,60

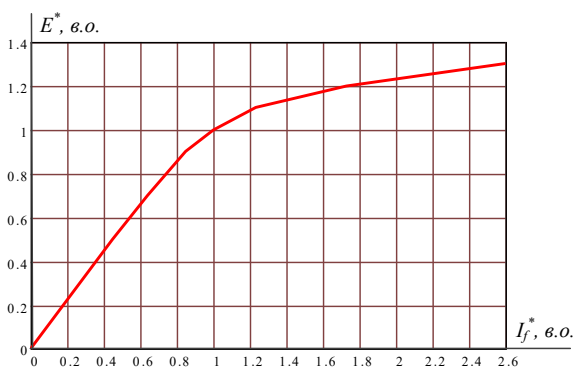


Рис. 3 – Характеристика неробочого ходу

Таблиця 3 – Розподіл магнітної індукції при неробочому ході та навантаженні

Кут, рад.	Індукція, Тл		Кут, рад.	Індукція, Тл	
	нероб. хід	навантаж.		нероб. хід	навантаж.
-1,571	-0,013	-0,110	0,135	0,768	0,815
-1,326	0,142	0,129	0,406	0,753	0,899
-1,082	0,635	0,428	0,676	0,721	0,954
-0,811	0,697	0,381	0,946	0,667	0,992
-0,541	0,740	0,423	1,204	0,253	0,761
-0,270	0,763	0,571	1,448	0,041	0,217
-0,135	0,768	0,670	1,571	-0,013	0,079

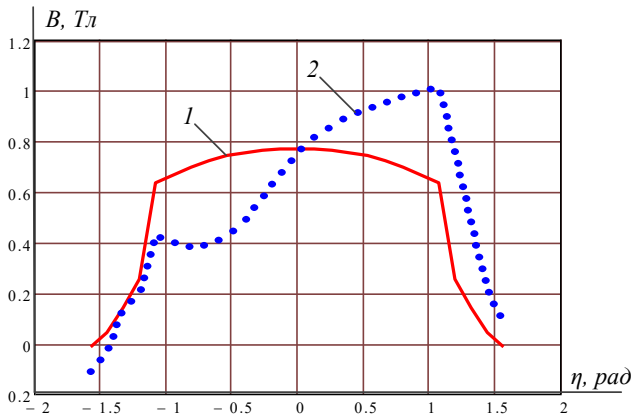
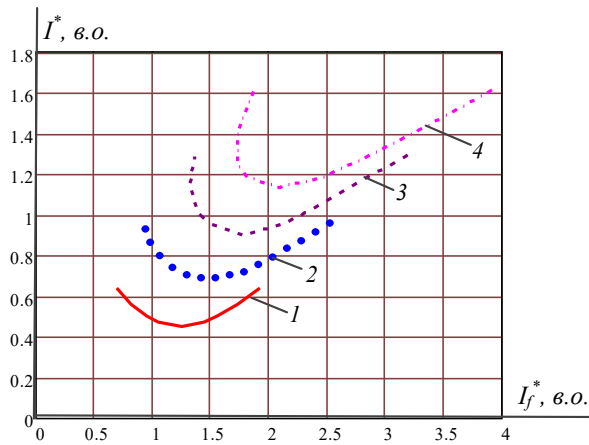


Рис. 4. Розподіл магнітної індукції при неробочому ході (1) та навантаженні (2)

Таблиця 4 – V-подібні характеристики досліджуваного явнопольосного синхронного двигуна ( $I_f^* = I_f/I_{f0}$ ,  $I^* = I/I_n$ )

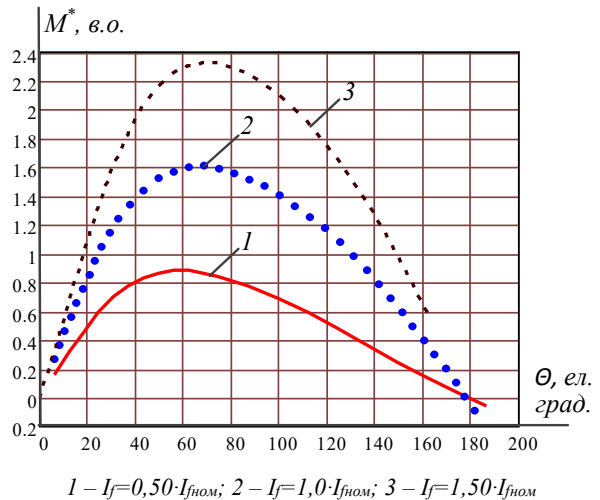
$I_f^*$ , в.о.	$I^*$ , в.о.	$\cos\varphi$	$I_f^*$ , в.о.	$I^*$ , в.о.	$\cos\varphi$
при $P=0,50 \cdot P_{ном}$			при $P=0,75 \cdot P_{ном}$		
1,92	0,64	0,70	2,52	0,96	0,70
1,73	0,56	0,80	2,18	0,84	0,80
1,55	0,50	0,90	1,90	0,75	0,90
1,25	0,45	1,00	1,49	0,68	1,00
0,96	0,50	0,90	1,14	0,75	0,90
0,82	0,56	0,80	1,00	0,84	0,80
0,69	0,64	0,70	0,93	0,96	0,70
при $P=P_{ном}$			при $P=1,25 \cdot P_{ном}$		
3,20	1,29	0,70	3,92	1,61	0,70
2,69	1,13	0,80	3,27	1,41	0,80
2,29	1,00	0,90	2,71	1,25	0,90
1,78	0,90	1,00	2,09	1,13	1,00
1,41	1,00	0,90	1,74	1,25	0,90
1,33	1,13	0,80	1,73	1,41	0,80
1,37	1,29	0,70	1,87	1,61	0,70



1 –  $P=0,50 \cdot P_{ном}$ ; 2 –  $P=0,75 \cdot P_{ном}$ ;  
3 –  $P=1,00 \cdot P_{ном}$ ; 4 –  $P=1,25 \cdot P_{ном}$ ;  
Рис. 5. V-подібні характеристики

Таблиця 5 – Кутові характеристики досліджуваного явнопольосного синхронного двигуна

$\theta$ , ел. град.	$M_{ем}$ , в. о.	$\theta$ , ел. град.	$M_{ем}$ , в. о.
$U=U_{ном}$ та $I_f=1,00 \cdot I_{fном}$			
6,22	0,263	68,44	1,605
18,67	0,780	83,99	1,545
31,11	1,182	108,90	1,309
43,55	1,439	133,80	0,939
56,00	1,571	158,70	0,444
65,33	1,605	183,50	-0,126
$U=U_{ном}$ та $I_f=0,50 \cdot I_{fном}$			
6,22	0,161	74,66	0,841
18,67	0,463	99,55	0,688
31,11	0,697	124,40	0,478
43,55	0,832	149,30	0,246
56,00	0,880	174,20	0,036
62,22	0,878	186,70	-0,062
$U=U_{ном}$ та $I_f=1,50 \cdot I_{fном}$			
6,22	0,320	68,44	2,326
18,67	1,024	74,66	2,322
31,11	1,605	99,55	2,110
43,55	2,029	124,40	1,661
56,00	2,254	149,30	0,989
62,22	2,301	161,80	0,577



1 –  $I_f=0,50 \cdot I_{fном}$ ; 2 –  $I_f=1,0 \cdot I_{fном}$ ; 3 –  $I_f=1,50 \cdot I_{fном}$   
Рис.6. Кутові характеристики

**Висновки.** Розроблена математична модель розрахунку номінального усталеного режиму роботи ЯСМ та статичних характеристик (неробочого ходу, кутової, V-подібної, регульовальної і зовнішньої).

Проведені дослідження за допомогою математичної моделі, комп'ютерної програми та з використанням завдань, які були розроблені за допомогою сучасних відомостей про явнопольосні синхронні машини з довідників й каталогів, показали високу адекватність математичної моделі.

Матеріал викладений логічно, послідовно, на належному науковому рівні і може бути використаний як науковцями, які займаються дослідженням електричних машин так і спеціалістами, які займаються проектуванням електричних машин.

**Список літератури**

1. Фильц Р.В., Лябук Н.Н. *Математическое моделирование явнопольосных синхронных машин*. Львов: Світ, 1991. 176 с.
2. Плахтына Е. Г. *Математическое моделирование электрома-*

- шинноентильных систем. Л.: Вища шк., 1986. 161 с.
3. Копылов И. П., Горяинов Ф. А., Клоков Б. К. и др. *Проектирование электрических машин: Учеб. пособие для вузов* / ред. Копылова И. П. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Юрайт, 2011. 767 с.
  4. Перхач В. С. *Математичні задачі електроенергетики*. Львів: Вища школа, 1982.
  5. Справочник по электрическим машинам. В двух томах. / ред. И.П. Копылова и Б.К. Клокова. Том 1. М.: Энергоатомиздат, 1988. 456 с.
  6. Технічний каталог на електродвигуни СДНЗ и СДЗ. – <http://www.ao-electromash.ru>.
  7. Куцик А.С. Об'єктно-орієнтована математична модель синхронної машини. *Теоретична електротехніка*. 2005. Вип. 58. С. 120–129.
  8. Пивняк Г.Г., Кириченко В.И., Бородай В.А. О новом направлении усовершенствования крупных синхронных электродвигателей. *Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Проблеми сучасної електротехніки»*. 2002. ч.2. С. 62-65.
  9. Boldea I., CRC/Taylor & amp. *The electric generators handbook. Synchronous generators*. Francis. 2006. 444 с.
  10. Хай М., Харчишин Б. Вплив параметрів пускової обмотки на пускові властивості явнопольного синхронного двигуна. *Вісник НТУ «ХПІ»*. Серія: *Проблеми удосконалення електричних машин і апаратів*. Теорія і практика, НТУ «ХПІ». 2022. № 2 (8), С. 25–31. doi: 10.20998/2079-3944.2022.2.05.
  11. Хай М., Харчишин Б. Математична модель розрахунку та оптимізації обмотки збудження явнопольної синхронної машини. *Вісник НТУ «ХПІ»*. Серія: *Проблеми удосконалення електричних машин і апаратів*. Теорія і практика, 2023. № 1 (9), С. 31–38. doi: 10.20998/2079-3944.2023.1.05.
  12. Excitation systems solutions – Siemens AG Power Generation, 2003 15 p [http://www.siemens.com.tr/i/content/3882\\_1\\_ExcitationSystemsPortfolio.pdf](http://www.siemens.com.tr/i/content/3882_1_ExcitationSystemsPortfolio.pdf).
  13. Semeniuk M., Tutka V. Modeling and Analysis of Processes in Synchronous Generator with PWM Controlled Excitation System. *Conference of Young Scientists Electric Power Engineering and Control Systems, EPECS-2015, Lviv, Ukraine, 2015*, pp.186-188.
  14. Yuan, T.; Yang, N.; Zhang, W.; Cao, W.; Xing, N.; Tan, Z.; Li, G. Improved Synchronous Machine Rotor Design for the Easy Assembly of Excitation Coils Based on Surrogate Optimization. *Energies* 2018, 11, 1311.
  - polyusnykh synkhronnykh mashyn. L'vov: Svit, 1991. 176 p.
  2. Plakhtyna Ye. G. Matematicheskoye modelirovaniye elektromashinnoventil'nykh system. L.: Vishcha shk., 1986. 161 p.
  3. Kopyilov I. P., Goryainov F. A., Klovov B. K. Proektirovanie elektricheskikh mashin [Design of electrical machines]. Moscow, Yurait Publ, 2011, 767 p.
  4. Perkhach V. S. Matematychni zadachi elektroenerhetyky. L'viv: Vyscha shkola, 1982.
  5. Spravochnyk po elektrycheskym mashynam. V dvukh tomakh. Pod obshch. red. Y.P. Kopylova y B.K. Klovova. Tom 1. M.: Enerhoatomyzdat, 1988. 456 p.
  6. Tekhnichnyy kataloh na elektrodvyhuny SDNZ y SDZ. – <http://www.ao-electromash.ru>.
  7. Kutsyk A.S. Ob'yektno-oriyentovana matematychna model' synkhronnoyi mashyny. Teoretychna elektrotekhnika. 2005. Vyp. 58. Pp. 120–129.
  8. Pyvnyak H.H., Kyrychenko V.Y., Boroday V.A. O novom napravlenyy usovershenstvovanyya krupnykh synkhronnykh elektrodvyhateley. Tekhnichna elektrodynamika. Tematychnyy vypusk «Problemy suchasnoyi elektrotekhniki». 2002. ch.2. Pp. 62-65.
  9. Boldea I., CRC/Taylor & amp. The electric generators handbook. Synchronous generators. Francis. 2006. 444 p.
  10. Khai, M., & Kharchyshyn, B. Vplyv parametriv puskovoyi obmotky na puskovi vlastyvyosti yavnopolyusnoho synkhronnoho dvyhuna. Visnyk NTU «KHPI». Seriya: Problemy udoskonalyuvannya elektrychnykh mashyn i aparativ. Teoriya i praktyka, 2022. 2 (8), 25–31. doi: 10.20998/2079-3944.2022.2.05.
  11. M. V. Khai, B. M. Kharchyshyn. Mathematical model for salient-pole synchronous motor field-coil calculation and optimization. Visnyk NTU «KHPI». Seriya: Problemy udoskonalyuvannya elektrychnykh mashyn i aparativ. Teoriya i praktyka, 2023. 1 (9), 31–38. doi: 10.20998/2079-3944.2023.1.05.
  12. Excitation systems solutions – Siemens AG Power Generation, 2003 15 p [http://www.siemens.com.tr/i/content/3882\\_1\\_ExcitationSystemsPortfolio.pdf](http://www.siemens.com.tr/i/content/3882_1_ExcitationSystemsPortfolio.pdf).
  13. M. Semeniuk and V.Tutka Modeling and Analysis of Processes in Synchronous Generator with PWM Controlled Excitation System / Conference of Young Scientists Electric Power Engineering and Control Systems, EPECS-2015, Lviv, Ukraine, 2015, pp.186-188.
  14. Yuan, T.; Yang, N.; Zhang, W.; Cao, W.; Xing, N.; Tan, Z.; Li, G. Improved Synchronous Machine Rotor Design for the Easy Assembly of Excitation Coils Based on Surrogate Optimization. *Energies* 2018, 11, 1311.

## References (transliterated)

1. Fyl'ts R.V., Lyabuk N.N. Matematycheskoye modelirovaniye yavno-

Поступила (received) 01.03.24

## Відомості про авторів / About the Authors

**Хай Михайло Васильович (Khai Mykhailo Vasylovych)** – кандидат технічних наук, доцент, Національний університет «Львівська політехніка», доцент кафедри електромехатроніки та комп'ютеризованих електромеханічних систем, тел. 093-346-00-32; [mykhailo.v.khai@lpnu.ua](mailto:mykhailo.v.khai@lpnu.ua).

**Хай Василь Михайлович (Khai Vasyl Mykhailovych)** – магістр, Національний університет «Львівська політехніка», тел. 063-116-57-17; [vasyl.khai.mtsbpb.2022@lpnu.ua](mailto:vasyl.khai.mtsbpb.2022@lpnu.ua).

**Харчишин Богдан Михайлович (Kharchyshyn Bohdan Mykhailovych)** – кандидат технічних наук, доцент, Національний університет «Львівська політехніка», доцент кафедри електромехатроніки та комп'ютеризованих електромеханічних систем, тел. 095-105-14-71; [bohdan.m.kharchyshyn@lpnu.ua](mailto:bohdan.m.kharchyshyn@lpnu.ua).