УДК 621.317.2 **doi: 10.20998/2079-3944.2024.2.01**

Є.І. БАЙДА, О.М. ГРЕЧКО

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО ДЛЯ ОЦІНКИ РОЗБІЖНОСТІ СПРАЦЬОВУВАННЯ ТОПКОГО ЗАПОБІЖНИКА В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД РОЗБІЖНОСТІ ЙОГО ТЕПЛОФІЗИЧНИХ ТА ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ

У статті розглядається метод Монте-Карло, як один з небагатьох методів розрахунку межі часу топлення топкої вставки, який за доволі простим алгоритмом дозволяє з високою точністю оцінити похибки в спрацьовуванні запобіжника в залежності від випадкових розбіжності його теплофізичних та геометричних параметрів. Завдяки своїм особливостям, метод може бути поширено на моделювання будь-якого процесу на який впливають випадкові величини. Застосування цього методу дало можливість у даній статті розрахувати межі часу топлення топкої вставки в залежності від ймовірності попадання часу топлення в ці межі, розрахувати межі часу топлення топкої вставки в залежності від кратності струму топкої вставки при заданій 0,95 відсотковій ймовірності попадання часу топлення в ці межі та визначити параметри, які в найбільшій мірі впливають на розбіжності часу топлення. У наведеній статті обгрунтовано застосування методу Монте-Карло.

Ключові слова: метод Монте-Карло, розрахунок, похибки, моделювання, межі часу топлення топкої вставки.

E.I. BAIDA, O.M. GRECHKO

USING THE MONTE-CARLO METHOD FOR ASSESSING THE DIFFERENCE IN THE OPERATION OF THE FUEL PROTECTOR DEPENDING ON THE DIFFERENCE IN ITS THERMAL PHYSICAL AND GEOMETRIC PARAMETERS

The article considers the Monte Carlo method, as one of the few methods for calculating the limit of the heating time of the furnace insert, which, using a fairly simple algorithm, allows to estimate with high accuracy the errors in the operation of the preventer depending on random discrepancies in its physical and geometric parameters. Due to its features, the method can be extended to modeling any process affected by random variables. The application of this method made it possible in this article to calculate the limits of the heating time of the furnace insert depending on the probability of the heating time falling within these limits, to calculate the limits of the heating time of the furnace insert depending on the multiplicity of the current of the furnace insert with a given 0.95 percent probability of the heating time falling within these limits and determine the parameters that have the greatest influence on the differences in heating time. This article substantiates the application of the Monte Carlo method.

Keywords: Monte-Carlo method, calculating, errors, modeling, limits of the heating time of the furnace insert.

Вступ. Для вирішення багатьох задач, результати яких залежать від випадкових параметрів широко застосовуються методи Монте-Карло, які дозволяють моделювати випадкові процеси. Засновниками методу вважаються математики Дж. Нейман та С. Улам [1]. Основою методу – є генерація випадкових величин з заданим розподілом (рівномірним, нормальним та ін.). У зв'язку з цим метод набув поширення тільки після появи електронних обчислювальних машин, які дозволяють генерувати незалежні випадкові величини в достатньо великих об'ємах.

Метод Монте-Карло характеризується: 1) простою структурою обчислювального алгоритму; 2) похибка обчислення пропорційна $\sqrt{\dfrac{D}{N}}$, де D – деяка постійна, яка має значення середньоквадратичного відхилення, N – кількість випробувань.

Отримати високу точність обчислення цим методом неможливо, але там де є наявність випадкових величин, а результату з точністю (2-5)% задовольняє, метод з успіхом може застосовуватися [2, 6].

Загальна структура використання методу Монте-Карло доволі проста:

• розробляється програма для генерації однієї випадкової події розподіл якої може бути: рівномірний; розподіл, який підпорядковується нормальному закону; розподіл, який підпорядковується закону Пуассона та ін., причому, бажано використовувати стандартні програми генерації випадкової величини, які є доступними в багатьох системах програмування;

• далі генерації випадкової події повторюється N разів, причому кожна окрема подія незалежна від інших подій (остаточна кількість подій N встановлюється на підставі розрахованої в подальшому похибки);

• результати випробувань об'єднуються та усереднюються.

Тому іноді метод Монте-Карло називають методом статистичних випробувань.

Задачі, які вирішуються методом Монте-Карло доволі різноманітні бо цей метод дозволяє моделювати будь-який процес на який впливають випадкові величини:

задачі масового обслуговування, коли потік інформації, розподілений з заданою щільністю ймовірності поступає на канали її обробки;

задачі по розрахунку якості та надійності виробів;

розрахунки найбільш ймовірної похибки вимірювання;

ядерна фізика;

обчислення складних інтегралів тощо [2, 3, 6, 7];

моделювання спільного розподілу кількох величин, що корелюють, з довільним законом розподілу [8].

Одною з таких задач, яку неможливо вирішити іншими методами і розглядається в цій статі: використання методу Монте-Карло для моделювання розбіжностей часу спрацьовування топкого запобіжника в залежності від його теплофізичних та геометричних параметрів.

Обґрунтування актуальності. Постановка проблеми. Топкі запобіжники є найбільш ефективними засобами захисту електричних мереж і обладнання від надструмів – перевантажень і коротких замикань, які завдяки струмообмежувальному ефекту швидко відмикають аварійний струм. Це стосується тих випадків, (у мережах низької напруги до 1000 В, середньої – 6-35 кВ та високої – понад 35 кВ) коли надструми достатньо великі. Вимоги до таких запобіжників викладені в [9-12]. Але у випадку виникання невеликих струмів перевантаження запобіжники неспроможні ефективно впоратись з незначним збільшенням струму у колі, що захищається. А якщо номінальні струми мережі становлять величину порядка десятків міліампер, то ситуація ще більш ускладнюється.

Детально конструкції топких запобіжників розглянуто в [13], з яких найбільш розповсюдженими є конструкція запобіжника Type 187000 виробництва SIBA (Німеччина), який зображено на рис. 1.

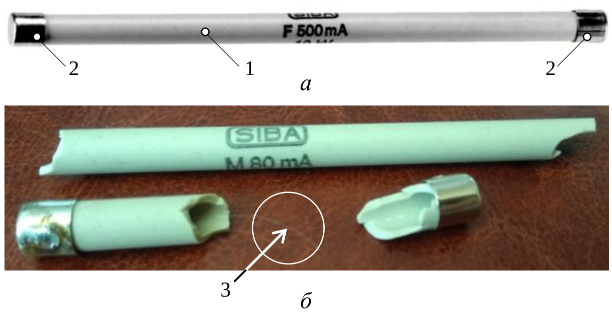

Рис. 1. Зовнішній вигляд (*а*) та конструкція (*б*) топкого запобіжника Type 187000 виробництва SIBA, де 1 – корпус; 2 – наконечники; 3 – топкий елемент

Судячи з заявлених характеристик, ці запобіжники (номінальний струм 80 мА) можуть бути надійним захистом високовольтних трансформаторів струму, які встановлюють в мережах середньої напруги. Але вартість таких запобіжників висока, тому, **актуальним** постає питання дослідження та розробки таких пристроїв з метою вітчизняного виробництва.

Проблема виробництва таких запобіжників полягає у тому, що в теплофізичних та геометричних складових елементів запобіжника існує розбіжність в параметрах. Так для ніхромової проволоки діаметром 0,03 мм відхилення досягає 0,005 мм [14]. В залежності від марки ніхрому відрізняються, але не настільки суттєво, і теплофізичні параметри [15]. Аналіз впливу цих розбіжностей параметрів на час спрацьовування топкого запобіжника є складною задачею, яка може бути вирішена тільки методом статистичних випробувань.

Мета та задача. Метою статті є обґрунтування методики розрахунку розбіжності часу спрацьовування топких запобіжників методом Монте-Карло. Задачею статті є розрахунок межі розбіжності часу спрацьовування топких запобіжників за допомогою методу Монте-Карло, виявлення характеру розподілу похибок та розрахунок значення похибки в залежності від ймовірності її появи з урахуванням розбіжностей геометричних та теплофізичних параметрів ніхрому.

Наукова новизна роботи полягає в отримані нових корисних дослідницьких результатів, що дозволяють більш точно розрахувати межі розбіжність часу спрацьовування топких запобіжників, якщо похибка в параметрах розподілена по нормальному закону.

Розрахунки. Для оцінки впливу параметрів на розбіжність часу спрацьовування топких запобіжників будемо використовувати формулу адіабатичного нагріву тонкої проволоки. Тоді перед дуговий час можна розрахувати по формулі:

$$t_p=\frac{1}{16}\cdot\frac{\ln\left(\dfrac{1+\alpha\cdot\left(\vartheta_p-\vartheta_0\right)}{1+\alpha\cdot\left(\vartheta_n-\vartheta_0\right)}\right)}{Tok^2\cdot\rho_0\cdot\alpha}\cdot\pi^2\cdot C\cdot\gamma\cdot d^4, \qquad (1)$$

де t_p – перед дуговий час; ϑ_p – температура топлення; ϑ_0 – довідкова температура; ϑ_n – початкова температура; Tok – діюче значення струму; ρ_0 – питомий опір; α – коефіцієнт питомого опору, приведений до початкової температури; C – теплоємність; γ – щільність; d – діаметр проволоки топкої вставки.

У (1) всі параметри можуть змінюватися в певних межах.

У [14, 15] для різних марок **ніхрому** можна знайти такі дані по межам максимальної розбіжності параметрів (всі дані в системі Сі): C=(440÷460); ρ_0=(1,05÷1,4)$\cdot10^{-6}$; α=(0,1÷0,25)$\cdot10^{-3}$; ϑ_p =(1110÷1400); γ=(8200÷8500). Діаметр проводу виготовлення Австрії змінюється в межах d=(30,0±5)$\cdot10^{-6}$ [м].

З виразу (1) випливає, що значення сумарної похибки має складний характер і не може бути розраховано звичайними методами, тому виникає питання – як оцінити межі зміни часу топлення? Можна спробувати оцінити межі зміни вибрав «найгірші», або «найкращі» значення параметрів. Але, по перше – не завжди відомо яке сполучення параметрів буде «найгіршим», а яке «найкращім»; по друге – така оцінка може бути значно завищеною, бо малоймовірно щоб всі параметри одночасно опинилися «найгіршими», або «найкращими» [2, 4, 5].

У зв'язку з цим постають питання: яке буде максимально можливе значення похибки? яка найбільш ймовірна похибка та яка ймовірність її появи? яке буде значення похибки, якщо задатися ймовірністю її появи? як буде змінюватися похибка від значення ймовірності її появи?, як буде впливати значення струму на межі похибки?

Відповідь на всі ці питання і можна отримати за допомогою методу Монте-Карло, який і призначено для моделювання любих процесів, на який впливають випадкові величини.

Припустимо, що кожен з параметрів не залежить від інших параметрів, тоді можна записати:

$$X_{\max i}=\widehat{X}_i\pm\Delta X_i\,, \qquad (2)$$

де $X_{\max i}$ – максимально можливі значення параметра; $\widehat{X}_i$ – середнє значення параметра; ΔX_i – максимальне можливе відхилення параметра від середнього значення; i=1…N – номер випадкового параметру; N – кількість випадкових параметрів.

Для застосування методу Монте-Карло будемо вважати що всі параметри ΔX_i в (2) є випадковою величиною і розподілені за нормальним законом з середнім значенням (математичним очікуванням) 0 і з дисперсією, яка дорівнює [2]:

$$\sigma_i = \frac{\Delta X_i}{3}, \qquad (3)$$

де σ_i – дисперсія; i=1…N.

Формула (3) базується на центральній граничній теоремі [2, 4-6], яка стверджує, що при досить загальних умовах, розподіл випадкової величини при достатньо великій кількості випробувань наближається до закону нормального розподілу.

На практиці це означає наступне – в одному іспиті отримати значення похибки більше ніж $3 \cdot \sigma_i = \Delta X_i$ практично неможливо.

На підставі даних про теплофізичні та геометричні параметри ніхромової проволоки та (2, 3) для поточного значення випадкового параметру можна записати:

$$X_i = \hat{X}_i + \frac{\Delta X_i}{3} \cdot \mu_i, \qquad (4)$$

де μ_i –значення незалежної випадкової величини, що розподілена за нормальним законом з середнім значенням (математичним очікуванням) *0* і з одиничною дисперсією, причому практично $-3 \le \mu_i \le 3$.

Тоді формула (1) набуває вигляду

$$t_{pj} = f(\hat{X}_i + \frac{\Delta X_i}{3} \cdot \mu_i), \qquad (5)$$

де i=1…6, t_{pj} – час топлення при j-му іспиті.

При достатньо великій кількості іспитів можна розрахувати середнє значення а межі часу топлення.

Алгоритм розрахунку можливої випадкової похибки буде наступний:

1) визначаємо кількість іспитів – *M*;
2) вираховуємо за допомогою генератора випадкових чисел незалежні випадкові величини, які підпорядковуються нормальному закону розподілу $-3 \le \mu_i \le 3$ для кожного і-го параметру;
3) розраховуємо час топлення (5);
4) якщо процес не скінчено, йдемо до п.2, якщо скінчено – розраховуємо середнє значення та межі часу топлення.
5) Завершення роботи.

Для перевірки отриманих результатів збільшуємо *M* і проводимо розрахунки, уточнюючи отримані результати.

Але важливі не тільки значення самих границь, а і ймовірність з якою випадкова величина (час топлення) буде находитися в цих межах. Для цього треба підрахувати ймовірність потрапляння випадкових величин у заданий діапазон.

Треба відмітити, що точність отриманих результатів залежить від «якості» генератора випадкових величин. Однак для сучасних ЕОМ ця проблема є вирішеною.

Подальші розрахунки проводились для двох випадків:

1) при заданому струмі визначалися межи часу топлення в залежності від ймовірності попадання часу топлення в ці межі;

2) при заданій ймовірності визначалися межи часу топлення в залежності від струму запобіжника.

Для вирішення першої задачі значення струму запобіжника було фіксованим і дорівнювало три номінальних значення (240 мА).

На рис. 2 показано межі часу топлення в залежності від ймовірності попадання параметра в ці межі.

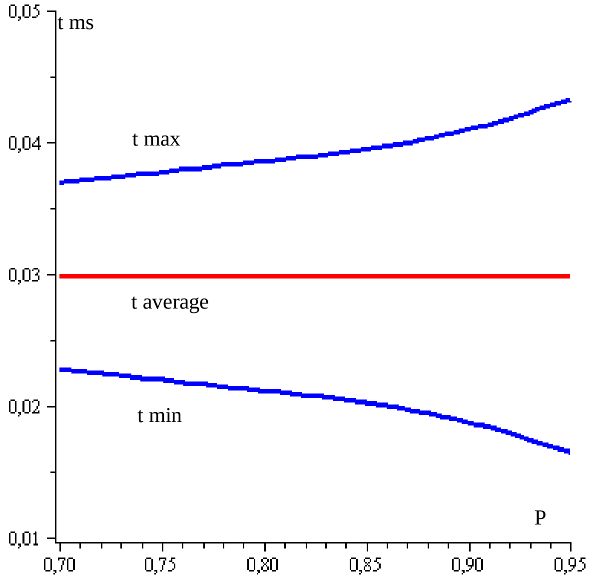

Рис. 2. Межі часу топлення в залежності від ймовірності попадання параметра в інтервал, де t min – мінімальний час топлення; t max – максимальний час топлення; t average – середнє значення; P – ймовірність

На рис. 3 показано кількість влучань в заданий інтервал при ймовірності 0,95.

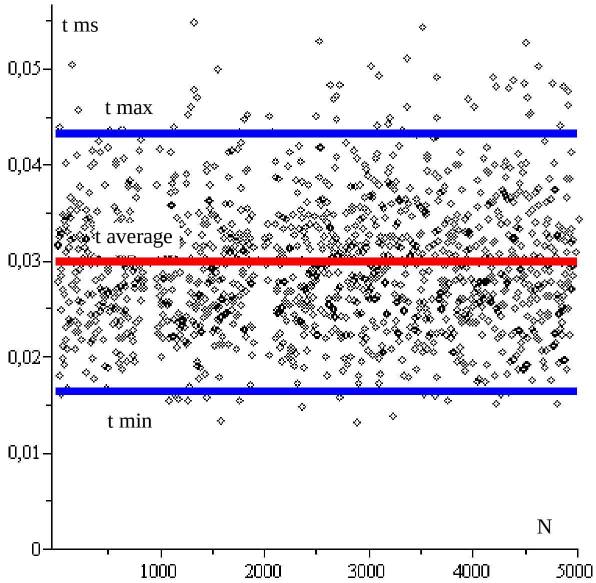

Рис. 3. Границі часу топлення при ймовірності 0,95, де N – кількість іспитів

В процесі розрахунків було виявлено, що межі часу топлення залежать не тільки від ймовірності попадання параметрів в цей інтервал, але і від значення струму. Для дослідження цієї залежності були розраховані межі часу топлення топкої вставки для значення аварійних струмів 3, 5, 7, 9, 11 номінальних значень при ймовірності попаданні в ці межі, яка дорівнює 0,95.

Результати розрахунку показані на рис. 4.

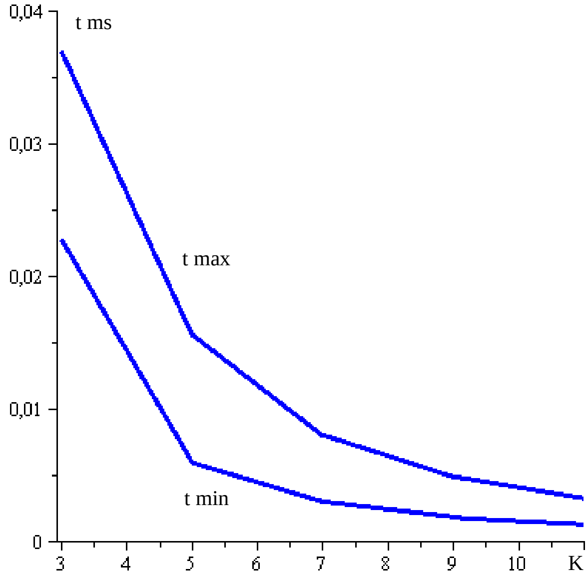

Рис. 4. Межі часу топлення в залежності від кратності номінального струму при ймовірності попадання в інтервал, що дорівнює 0,95, де К – кратність номінального струму

Метод також дозволяє виявити параметр, який в найбільшій мірі впливає на величину діапазону часу топлення. По мірі збільшення впливу параметри були розташовані в такому порядку:

1) теплоємність та щільність;
2) коефіцієнт питомого опору;
3) температура топлення;
4) питомий опір;
5) діаметр проволоки топкої вставки.

Як і очікувалось, в найбільшій мірі на межі часу топлення впливає діаметр проволоки топкої вставки та питомий опір проволоки і що підтвердив розрахунок.

Висновки.

1) Обґрунтована методика розрахунку межі часу топлення топкої вставки методом Монте-Карло, яка за доволі простим алгоритмом дозволяє з високою точністю оцінити похибки в спрацьовуванні запобіжника в залежності від випадкових розбіжності його теплофізичних та геометричних параметрів.

2) Розраховані межі часу топлення топкої вставки в залежності від ймовірності попадання часу топлення в ці межі.

3) Розраховані межі часу топлення топкої вставки в залежності від кратності струму топкої вставки при заданій 0,95 відсотковій ймовірності попадання часу топлення в ці межі.

4) Визначити параметри, які в найбільшій мірі впливають на розбіжності часу топлення.

5) Дана методика може з успіхом використовуватися при проектуванні топких запобіжників.

6) Треба відзначити, що метод Монте-Карло майже єдиний метод, за допомогою якого можна отримати подібні дані.

Список літератури

1. Metropolis N., Ulam S. The Monte Carlo methods. – J. Amer. statistical assoc., 1949, 44, № 247, p. 355-341.
2. Соболь И. М. Метод Монте-Карло. – 4е изд. – М.: Наука, 1986, – 80 с.
3. Xinzhu Liang, Shangda Yang, Simon L. Cotter, Kody J. H. Law. A randomized multi-index sequential Monte Carlo method. Statistics and Computing (2023) 33:97. Volume 33, article number 97, (2023), pp 1-17. https://doi.org/10.1007/s11222-023-10249-9.
4. Бендат Дж. Прикладной анализ случайних данных / Дж. Бендат, А. Пирсол. – М : Мир, 1989. – 540 с.
5. Байда Є.І. Основи математичної статистики та теорії ймовірності. Навчально-методичний посібник для студентів та аспірантів електротехнічних спеціальностей всіх форм навчання / Є.І.Байда. – Харків: НТУ «ХПІ», 2020. – 37 с.
6. I. M. Sobol′. A primer for the Monte Carlo method. CRC Press, Boca Raton, 1994, pp. – 107.
7. Saulis, Leonas, Valakevičius, Eimutis, Aksomaitis, Algimantas Jonas, Janilionis, Vytautas, Navickas, Zenonas. Markovo grandinių Monte Karlo metodo taikymas stochastinėms sistemoms modeliuoti. Publisher: Lithuanian Academic Libraries Network (LABT) Kaunas University of Technology, 2011-08-31
8. Захаров И.П., Водотыка С.В. Применение метода Монте-Карло для оценивания неопределенности в измерениях. – Системи обробки інформації, 2008, вип. 4 (71), с. 34-37.
9. ДСТУ EN 60269-1:2017 Запобіжники плавкі низьковольтні. Частина 1. Загальні технічні вимоги (EN 60269-1:2007; A1:2009; A2:2014, IDT; IEC 60269-1:2006 + AMD1:2009 + AMD2:2014, IDT)
10. IEC 60269-1:2006+AMD1:2009+AMD2:2014 CSV Consolidated version. Low-voltage fuses – Part 1: General requirements. – 345 p.
11. ДСТУ EN 60282-1:2016 Запобіжники плавкі високовольтні. Частина 1. Струмообмежувальні плавкі запобіжники (EN 60282-1:2009, IDT). Зі зміною № 1:2016.
12. IEC 60282-1:2020 High-voltage fuses – Part 1: Current-limiting fuses. – 167 p.
13. Bajda Y., Grechko, O., Buhaichuk, V., & Knápek, R. To the problem of protection of medium voltage instrument transformers with fuses:Analytical research. Lighting Engineering & Power Engineering 2021, Vol. 60, No. 3, 124–132. https://doi.org/10.33042/2079-424X.2021.60.3.05.
14. Available at: https://prom.ua/p1780942193-nihrom-003-metrov.html?utm_source=google_pmax&utm_medium=cpc&utm_content=pmax&utm_campaign=Pmax_cpa_1_50_b2b_265945592&gad_source=1&gclid=EAIaIQobChMI76WUueDZiAMVIwIGAB2qghUhEAQYBCABEgImX_D_BwE (accessed 25 September 2024).
15. Available at: https://ukrnichrom.com.ua/poleznaja-informacija/spravochnaja-informacija/396-nihrom-svojstva,-marki-i-primenenie/ (accessed 25 September 2024).

References (transliterated):

1. Metropolis N., Ulam S. The Monte Carlo methods. J. Amer. statistical assoc., 1949, 44, No 247, Pp. 355-341.
2. Sobol I. M. Metod Monte-Karlo. 4e izd. M.: Nauka, 1986. 80 p.
3. Xinzhu Liang, Shangda Yang, Simon L. Cotter, Kody J. H. Law. A randomized multi-index sequential Monte Carlo method. Statistics and Computing (2023) 33:97. Volume 33, Pp. 1-17. https://doi.org/10.1007/s11222-023-10249-9.
4. Bendat Dzh., Pirsol A. Prikladnoy analiz sluchaynih dannyih.. M.: Mir, 1989. 540 p.
5. Bayda E.I. Osnovi matematichnoyi statistiki ta teoriyi ymovirnosti. Navchalno-metodichniy posibnik dlya studentIv ta aspirantiv elektrotehnichnih spetsialnostey vsih form navchannya. Kharkiv: NTU «KHPI», 2020. 37 p.
6. M. Sobol. A primer for the Monte Carlo method. CRC Press, Boca Raton, 1994, Pp. 107.
7. Saulis, Leonas, Valakevičius, Eimutis, Aksomaitis, Algimantas Jonas, Janilionis, Vytautas, Navickas, Zenonas. Markovo grandinių Monte Karlo metodo taikymas stochastinėms sistemoms modeliuoti. Publisher: Lithuanian Academic Libraries Network (LABT) Kaunas University of Technology, 2011-08-31.
8. Zakharov Y.P., Vodotyka S.V. Prymenenye metoda Monte-Karlo dlia otsenyvanyia neopredelennosty v yzmerenyiakh. Systemy obrobky informatsii, 2008, Vol. 4 (71), Pp. 34-37.
9. DSTU EN 60269-1:2017 Zapobizhnyky plavki nyzkovoltni. Chastyna 1. Zahalni tekhnichni vymohy (EN 60269-1:2007; A1:2009; A2:2014, IDT; IEC 60269-1:2006 + AMD1:2009 + AMD2:2014, IDT)

10. IEC 60269-1:2006+AMD1:2009+AMD2:2014 CSV Consolidated version. Low-voltage fuses – Part 1: General requirements. 345 p.
11. DSTU EN 60282-1:2016 Zapobizhnyky plavki vysokovoltni. Chastyna 1. Strumoobmezhuvalni plavki zapobizhnyky (EN 60282-1:2009, IDT). Zi zminoiu No 1:2016.
12. IEC 60282-1:2020 High-voltage fuses – Part 1: Current-limiting fuses. 167 p.
13. Bajda Y., Grechko O., Buhaichuk V., Knápek R. To the problem of protection of medium voltage instrument transformers with fuses: Analytical research. Lighting Engineering & Power Engineering 2021, Vol. 60, No. 3, Pp. 124–132. https://doi.org/10.33042/2079-424X.2021.60.3.05.
14. Available at: https://prom.ua/p1780942193-nihrom-003-metrov.html?utm_source=google_pmax&utm_medium=cpc&utm_content=pmax&utm_campaign=Pmax_cpa_1_50_b2b_265945592&gad_source=1&gclid=EAIaIQobChMI76WUueDZiAMVIwIGAB2qghUhEAQYBCABEgImX_D_BwE (accessed 25 September 2024).
15. Available at: https://ukrnichrom.com.ua/poleznaja-informacija/spravochnaja-informacija/396-nihrom-svojstva,-marki-i-primenenie/ (accessed 25 September 2024)

Надійшла (received) 30.03.2024

Відомості про авторів / About the authors

Байда Евгений Иванович (Baida Evgen) – доктор технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»; м. Харків, Україна; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0297-328X; e-mail: baida.kpi@gmail.com.

Гречко Олександр Михайлович (Grechko Olexandr) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»; м. Харків, Україна; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7872-8585, e-mail: oleksandr.grechko@khpi.edu.ua.