

*М.В. ХАЙ, А.І.КОВАЛЬЧУК, Б.М. ХАРЧИШИН***ОПТИМІЗАЦІЙНІ ЗАДАЧІ ЕЛЕКТРОМЕХАНІКИ ТА ЇХ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ МЕТОДОМ ПОКООРДИНАТНОГО ПОШУКУ**

Проектування електричних машин, створення їх оптимальних конструкцій пов'язане з деякими труднощами, які полягають у необхідності врахування проектувальником великої кількості факторів, що впливають на технічне рішення, складності виготовлення і випробування фізичної моделі електричної машини з імітацією умов, в яких вони будуть працювати. Один із шляхів подолання цих труднощів без істотного збільшення чисельності працюючих – використання можливостей сучасних комп'ютерів, що дозволяють замінити макет електричної машини його математичною моделлю, комплекс вимірювально-випробувального устаткування програмами аналізу, оптимізації та випробувань. Постійне зростання можливостей комп'ютерної техніки відкриває все нові й ширші перспективи їх використання у різноманітних сферах виробництва. При виконанні проектно-конструкторських робіт обчислювальна техніка використовується комплексно у складі систем автоматизованого проектування (САПР). Досвід експлуатації таких систем свідчить про їх високу ефективність, що досягається за рахунок поліпшення техніко-економічних показників спроектованих за їх допомогою об'єктів, значного скорочення термінів проектування, підвищення якості проектів. Наведене у роботі математичне формулювання задачі оптимізації електричної машини, проаналізовані методи розв'язування задачі оптимізації електричної машини та розроблений алгоритм і програма знаходження екстремуму цільової функції методом покоординатного пошуку дозволяють проектувати електричні машини з оптимальними показниками.

Ключові слова: електрична машина, математична модель, оптимізаційні задачі, САПР.

*M.V. KHAI, A.I. KOVALCHUK, B.M. KHARCHYSHYN***OPTIMIZATION PROBLEMS IN ELECTROMECHANICS AND THEIR SOLUTION USING THE COORDINATE SEARCH METHOD**

The design of electric machines and the development of their optimal structures involve certain challenges. These challenges include the need for designers to consider numerous factors influencing technical solutions, the complexity of manufacturing and testing physical models of electric machines, and the need to simulate operating conditions. One of the ways to address these challenges without significantly increasing workforce requirements is to utilize the capabilities of modern computers that allows for the substitution of physical prototypes of electric machines with their mathematical models, while test and measurement equipment can be replaced with analysis, optimization, and testing software programs. The continuous advancement of computer technology offers increasingly broader opportunities for its application across various industries. In design and engineering tasks, computational tools are utilized comprehensively as part of Computer-Aided Design (CAD) systems. The practical application of such systems demonstrates their high efficiency, achieved through improved technical and economic performance of designed objects, significant reductions in design timelines, and enhanced project quality. This paper presents a mathematical formulation of the optimization problem for electric machines, analyzes methods for solving such optimization problems, and develops an algorithm and program for determining the extremum of the objective function using the coordinate search method. These advancements enable the design of electric machines with optimal performance characteristics.

Keywords: electric machine, mathematical model, optimization problems, CAD.

Мета роботи і задачі дослідження. Метою роботи є ознайомлення з постановкою задач оптимізації та методами їх розв'язування при проектуванні електричних машин; практична реалізація методу покоординатного пошуку для оптимізації коефіцієнта віддачі асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором.

Об'єкт дослідження. Асинхронні двигуни з короткозамкненим ротором.

Предметом дослідження є оптимізація технічних параметрів асинхронних двигунів з короткозамкненим ротором.

Методи досліджень. Вирішення поставленої в роботі задачі досягнуто з використанням розробленого математичного формулювання задачі оптимізації параметрів електричних машин, алгоритму комп'ютерної програми та самої програми.

Основні наукові та практичні результати, їх значення. За використання розробленого формулювання задачі оптимізації параметрів електричних машин був створений алгоритм та програма розрахунку оптимального значення коефіцієнту віддачі асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором.

Аналітичний огляд. Електричні машини незалежно від роду струму (постійний чи змінний) використовуються як генератори електричної енергії або приводні двигуни певних механізмів. У загальному

випадку постановка задачі оптимізації електричної машини передбачає [6, 7, 10]:

1) вибір оптимального виду електричної машини (наприклад, електричної машини постійного струму з електромагнітним збудженням чи з постійними магнітами; асинхронної з клітковим чи фазним ротором; синхронної);

2) вибір конструкційної схеми (нормальне чи вивернене, циліндричне чи торцеве виконання, спосіб охолодження й передачі енергії на обертові частини машини, вид підшипникових опор);

3) вибір способу керування електричною машиною (наприклад, способу зміни напруги й частоти живлення при регулюванні швидкості обертання асинхронного двигуна);

4) оптимізацію параметрів електричної машини (її розмірів й обмоткових даних; характеристик електропроводних, магнітопроводних та ізоляційних матеріалів);

5) оптимізацію допусків на параметри [8, 9].

На практиці така узагальнена задача оптимізації електричної машини як елемента більш складної системи електроприводу зводиться до визначення оптимальних параметрів машини, тобто до її параметричної оптимізації [3, 4, 5]. Справді, існує скінчена кількість видів і конструкційних схем електричних машин, остаточно кількісна оцінка переваг і недоліків яких може

© М.В. Хай, А.І. Ковальчук, Б.М. Харчишин, 2025

бути здійснена тільки для відомих параметрів машини. Тому вибір оптимальних виду і конструкційної схеми може бути здійснений шляхом розв'язування кількох задач параметричної оптимізації (за кількістю видів і конструкційних схем) з використанням математичних моделей, які враховують особливості кожного із варіантів.

У свою чергу, спосіб керування характеризується певними параметрами керування й вибір оптимального керування можна розглядати як оптимізацію параметрів алгоритму керування [6, 11].

При визначенні оптимальних допусків їх значення також можна розглядати як своєрідні параметри електричної машини [12].

Математичне формулювання задачі оптимізації електричної машини. Розглянемо математичне формулювання задачі параметричної оптимізації.

Сукупність $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ робочих властивостей (показників) будь-якого об'єкта визначається вектором його параметрів $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ за допомогою функціональних залежностей

$$y_1 = y_1(X); \quad y_2 = y_2(X); \quad y_m = y_m(X). \quad (1)$$

При розв'язуванні задач оптимізації з усієї сукупності параметрів, які характеризують об'єкт, виділяють параметри оптимізації, тобто ті параметри, зміною значень яких у процесі проектування досягають покращання робочих показників об'єкта. Решта параметрів залишаються постійними у процесі пошуку оптимального рішення або функціонально залежать від параметрів оптимізації. Надалі під вектором X розумітимемо вектор параметрів оптимізації.

Показник об'єкта, який дозволяє найшвидше досягнути покращання робочих показників об'єкта для конкретних умов розв'язуваної задачі, називається критерієм оптимальності або цільовою функцією і позначається $F(X)$. Вибір такого показника залежить від призначення об'єкта проектування. Так, при проектуванні електричних машин, які встановлюють на літаках чи ракетах, цільовою функцією вибирають масу машини; для електродвигунів, які живляться від автономних джерел – коефіцієнт віддачі; для електричних машин загальнопромислового призначення – сумарні витрати на їх виготовлення та експлуатацію. У деяких задачах виникає необхідність введення не однієї, а декількох цільових функцій. Прикладом такої задачі є проектування електричних машин для електротранспорту, де потрібні мінімальна маса й мінімальна вартість. У таких задачах проєктант вводить систему пріоритетів і встановлює для кожної з цільових функцій певний ваговий коефіцієнт. У результаті отримують “функцію компромісу”, яка дозволяє користуватися у процесі оптимізації однією узагальненою цільовою функцією.

Очевидними вимогами до параметрів оптимізації, окрім однозначності визначення Y і F , є їх взаємна незалежність і керованість. Під останньою розуміють можливість зміни цих параметрів у процесі оптимізації. У свою чергу, цільова функція повинна відповідати сутності поставленої задачі та залежати від параметрів оптимізації.

Важливе значення у задачах оптимізації займають обмеження, які накладаються на зміну параметрів X і показників Y об'єкта і визначаються технічним завданням, стандартами, нормами та іншими директивними документами, а також геометричними, фізичними та техніко-економічними співвідношеннями, закладеними в математичну модель об'єкта проектування.

Усі обмеження поділяють на основні та допоміжні. До перших належать такі, які можна розглядати як ресурси, відведені для розроблення й оптимізації об'єкта. До них належать обмеження за габаритними розмірами, масою, перевищенням температури обмоток електричних машин. При знятті цих обмежень оптимізація, як правило, втрачає сенс. До основних обмежень належать також вимоги до тих показників об'єкта, які характеризують якість його функціонування. Стосовно електричних машин – це момент інерції ротора, коефіцієнт віддачі, пусковий струм та пусковий момент, перевантажувальна здатність тощо. До допоміжних обмежень належать обмеження на розміри, у тому числі, щоб вони були додатними і технологічно здійсненими.

Усі перелічені обмеження задаються системою виразів вигляду

$$R_i(X) = 0; \quad i = 1, 2, \dots, p; \quad (2)$$

$$H_j(X) \geq 0; \quad j = 1, 2, \dots, k. \quad (3)$$

Обмеження (2) накладають тоді, коли в процесі проектування допустимо використовувати тільки конструкційні елементи певного виду. Так, при проектуванні електричної машини часто вводять такі обмеження: використати вже готовий штамп для статора чи ротора, використати певну конструкцію ізоляції обмоток чи певну марку сталі для магнітопроводу, спроектувати машину із заданою висотою осі обертання.

Обмеження (3) накладають на такі показники машини, як температури нагрівання її елементів, градієнт температури корпусної ізоляції, електрична й механічна міцність відповідних вузлів, пусковий струм та пусковий момент, перевантажувальна здатність.

Множину значень $x_1, x_2, \dots, x_k$, які задовольняють умови (2), (3), називають областю допустимих значень параметрів оптимізації і позначають літерою D .

Таким чином, із формальної точки зору задача параметричної оптимізації електричної машини зводиться до визначення такого значення вектора параметрів $X'(x'_1, x'_2, \dots, x'_k)$, при якому задовольняються обмеження (2), (3) і цільова функція досягає екстремального значення

$$F(X') = \text{extr} F(X)$$

за умови, що $X' \in D$.

Методи розв'язування задачі оптимізації електричної машини. Метод розв'язування задачі оптимізації електричної машини значною мірою залежить від особливостей математичної моделі електричної машини, сукупності накладених обмежень, поведінки цільової функції у допустимій області D .

Перш за все, до особливостей математичної моделі слід віднести велику кількість параметрів, які характеризують електричну машину, та їх розмаїття. До них

належать розміри конструкційних елементів, характеристики електропровідних, магнітопровідних, ізоляційних та конструкційних матеріалів, обмоткові дані, параметри джерел живлення. Їх загальна кількість сягає 100 – 150. При цьому більшість розмірів є неперервними величинами, а частина – дискретними (наприклад, діаметр якоря та колектора в машині постійного струму, зовнішній діаметр статора в машинах змінного струму, розміри щіток та підшипників); дискретними є також обмоткові дані (кількість витків та розміри провідників), кількість полюсів, кількість зубців. Це призводить до спотворення монотонності зміни цільової функції й суттєво ускладнює пошук її екстремуму.

Велика кількість проектних параметрів електричної машини робить неможливим вибір такої групи взаємно незалежних величин, які б визначали сутність розв'язування задачі оптимізації. Тому на практиці часто параметрами оптимізації виступають деякі узагальнені або відносні показники, які за допомогою функціональних зв'язків дозволяють визначити інші параметри. Як приклад таких показників можна назвати електромагнітні навантаження (A , B_δ) та теплове навантаження (AJ). Використання узагальнених або відносних показників зменшує розмірність вектора X , але при цьому виникають труднощі при визначенні області D . Це пов'язано з тим, що, наприклад, порушення обмежень за технологічною виконуваністю деяких розмірів (ширини зубця або паза, висоти ярма якоря або полюса), які функціонально залежать від узагальнених чи відносних параметрів оптимізації, виявляється тільки у процесі розрахунків. При невдалому виборі області зміни параметрів оптимізації можна й зовсім не потрапити в допустиму область D .

Важливим чинником при виборі методу оптимізації електричної машини є складна й неявно виражена функціональна залежність між її параметрами і показниками, які виступають у ролі цільової функції та обмежень. Для таких залежностей практично неможливо отримати вирази для часткових похідних за параметрами оптимізації, а у випадку дискретності деяких параметрів це і не правомірно. Крім того, нелінійність математичних моделей та наявність великої кількості обмежень може призводити до наявності багатьох локальних екстремумів цільової функції у допустимій області D . У цьому випадку постає задача визначення глобального екстремуму.

Локальним екстремумом називають таку точку простору, в якій цільова функція має найбільше (або найменше) значення порівняно з її значенням у найближчому оточенні цієї точки. Для прикладу на рис. 1 показана одновимірна цільова функція $F(x)$, яка має два локальних максимуми.

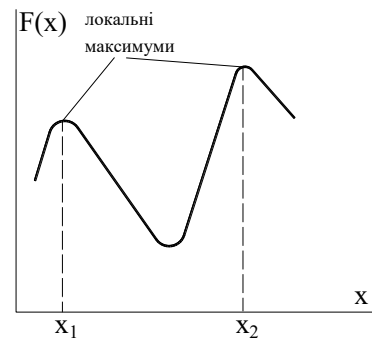


Рис. 1. Одновимірна цільова функція

Глобальним екстремумом називають таку точку простору, в якій цільова функція має найбільше (або найменше) значення для всього простору проектування. Можливий випадок існування кількох глобальних екстремумів, але можливий і випадок, коли глобальний екстремум перебуває за межами допустимої області D .

Враховуючи наведене, можна зробити висновок, що оптимізація електричної машини може бути здійснена тільки методами нелінійного програмування або, як їх ще називають, методами пошуку.

Використання цих методів вимагає багаторазового обчислення значень цільової функції й обмежень, що можливо тільки з використанням обчислювальної техніки й чисельних методів. Оскільки чисельні методи дозволяють визначити тільки деяке наближення до екстремуму цільової функції, то задача розв'язується з певним ступенем точності.

Для всіх методів пошуку спільною є послідовність дій. Спочатку формується зображуюча точка в просторі параметрів оптимізації (вектор X) і для неї перевіряють обмеження (2), (3). Якщо хоча б одне з обмежень не виконується, то формується наступна точка, яка відповідає вибору нового варіанта проекту й знову перевіряють обмеження. Якщо всі обмеження виконуються, тобто знайдено один із можливих варіантів проектного рішення, то для нього обчислюють значення цільової функції. Для обчислення значень цільової функції й перевірки обмежень використовують математичну модель електричної машини. Перевірка умов закінчення пошуку завершує черговий його крок, на якому був отриманий і співставлений з попереднім ще один варіант оптимізованої машини. Логічна схема пошуку показана на рис. 2.

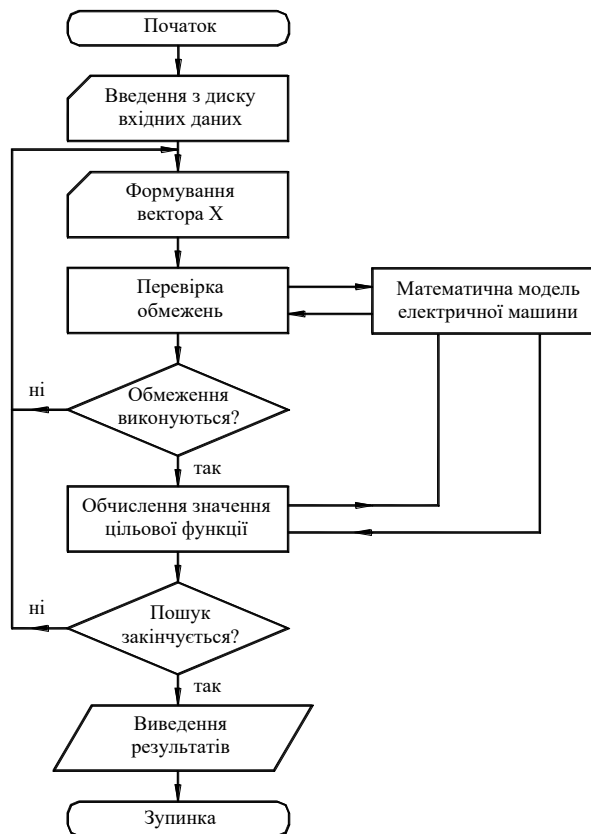


Рис. 2. Схема пошуку оптимального значення цільової функції

Розроблено велику кількість методів пошуку [3, 4], які відрізняються способом формування вектора X та умовами закінчення пошуку. Одна з можливих класифікацій таких методів наведена на рис. 3.

Методи пасивного пошуку базуються на рівномірному перегляді певної кількості варіантів розв'язку, які знаходяться в наперед заданій області простору параметрів оптимізації. При цьому не враховується інформація за результатами, отриманими на попередніх кроках пошуку (звідси і назва цих методів). Після обчислення значення цільової функції у всіх заданих точках, визначається варіант розв'язку з оптимальним значенням цільової функції.

У методах направленного пошуку напрям руху з уже розрахованої точки в просторі параметрів оптимізації вибирається таким, щоб при цьому покращувались результати, отримані на попередніх кроках. Пошук продовжується доти, поки ще вдається покращувати значення цільової функції. Щоб пошук зробити скінченим (тобто обмежити кількість кроків пошуку), необхідно задати вимоги щодо точності визначення екстремуму цільової функції у просторі параметрів її оптимізації.

Методи направленного пошуку поділяють на одноетапні та багатоетапні [3, 4, 6].

В одноетапних методах кожна зображуюча точка отримується шляхом одночасної зміни всіх параметрів вектора X . До таких методів належать градієнтні методи, в яких пошук екстремуму здійснюється у напрямку градієнта цільової функції, симплексний метод та методи випадкового пошуку. В останніх для визначення напрямку руху використовують інформацію про

значення цільової функції в околі попередньої точки у випадково вибраних напрямках.

У багатоетапних методах кожен крок пошуку здійснюється зміною одного або кількох параметрів оптимізації. У даній науковій роботі розглядається один із багатоетапних методів, а саме – метод покоординатного пошуку.



Рис. 3. Класифікація пошукових методів оптимізації

Алгоритм і програма знаходження екстремуму цільової функції методом покоординатного пошуку. Метод покоординатного пошуку (метод Гаусса-Зейделя) [5] характеризується тим, що пошук екстремуму функції багатьох змінних замінюють послідовністю одновимірних пошуків екстремуму цієї функції – за кожною зі змінних зокрема при зафіксованих значеннях усіх решти змінних. Алгоритм пошуку розглянемо на прикладі, коли цільова функція залежить від двох змінних $F = F(x_1, x_2)$ і пошук її мінімального значення здійснюють у просторі двох параметрів x_1 і x_2 (рис. 4); відомі координати початкової точки а пошуку: $x_1 = x_{1n}$, $x_2 = x_{2n}$. Фіксуємо значення одного з параметрів (наприклад, $x_2 = x_{2n}$) і здійснюємо пошук функції F як функції однієї змінної x_1 . Пошук може бути виконаний будь-яким із відомих методів одновимірного пошуку, наприклад, методом упорядкованого перебору з постійним кроком. Якщо ж відома допустима область зміни параметрів x_1 і x_2 , то можна використати метод половинного ділення або метод золотого січення.

Нехай функція $F = F(x_1)$ досягає мінімуму при $x_1 = x_{1l}$ (точка b на рис. 4). Фіксуємо параметр x_1 на рівні x_{1l} ($x_1 = x_{1l}$) і здійснюємо пошук мінімуму функції F , але уже як функції однієї змінної x_2 . Пошук приводить до точки c , у якій $x_2 = x_{2l}$. Тут ми завершили обхід усіх координат (здійснили один крок) – у нашому випадку двох координат x_1 і x_2 .

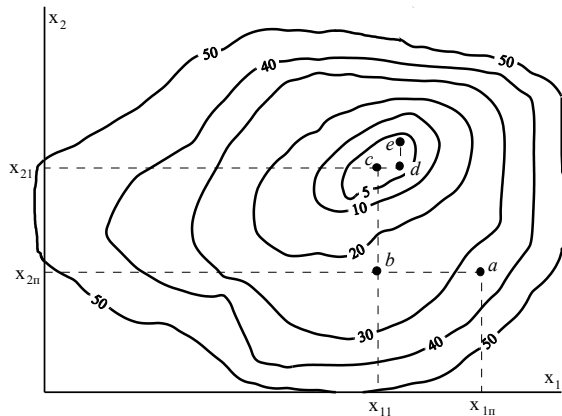


Рис. 4. Схема пошуку мінімального значення цільової функції, яка залежить від двох змінних

Повертаємось знову до пошуку вздовж координати x_1 (зупинка у точці d), а потім вздовж координати x_2 (зупинка в точці e) і так далі.

Пошук закінчується, коли значення змінних на двох сусідніх кроках відрізняється на величину, яка не перевищує заданих значень x_1 і Δx_2 .

На рис. 4. суцільними лініями з'єднані точки площини, в яких цільова функція має однакове значення. Такі лінії називають лініями однакового рівня; для кожної із ліній вказані значення цільової функції.

Якщо ж цільову функцію не можна представити явно, то її обчислення можливе лише чисельним методом (це характерно для електричних машин).

Для прикладу розглянемо алгоритм оптимізації трифазного асинхронного кліткового двигуна з такими номінальними даними: $P_n = 15 \text{ кВт}$; $n_1 = 1500 \text{ об/хв}$, $U_n = 380 \text{ В}$, $f_n = 50 \text{ Гц}$ [1, 2]. Цільовою функцією вибрано коефіцієнт віддачі η_n у номінальному режимі, параметрами оптимізації – висоту h_{n1} паза статора і довжину δ повітряного проміжку.

За результатами розрахунку початкового варіанта вказаного двигуна відомі такі параметри:

- зовнішній діаметр статора $D_a = 0,272 \text{ м}$;
- внутрішній діаметр статора $D = 0,185 \text{ м}$;
- розрахункова довжина машини $l_\delta = 0,13 \text{ м}$;
- довжина осердя статора $l_{a1} = l = 0,13 \text{ м}$;
- кількість пазів статора $Z_1 = 48$;
- кількість послідовно з'єднаних витків фази статора $w_1 = 112$;
- обмотковий коефіцієнт обмотки статора для першої гармоніки $k_{o61} = 0,95$;

- пази статора – напівзакриті трапецієподібні (рис. 5, а). Їхні розміри: $h_{m1} = 0,001 \text{ м}$; $b_{m1} = 0,001 \text{ м}$; $h_{k1} = 0,002 \text{ м}$;

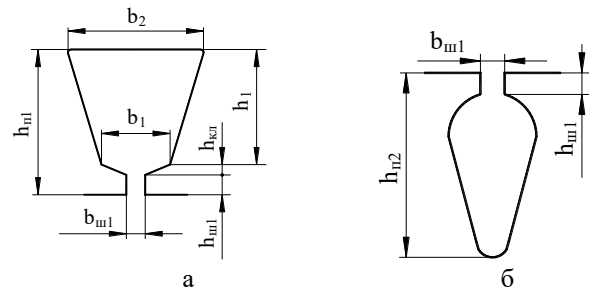


Рис. 5. Розміри пазів статора (а) та ротора (б)

- необхідна для розміщення провідників та корпусної ізоляції площа паза (за винятком клиноподібної частини) $S_{n1} = 170 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$;

- активний опір фази обмотки статора при робочій температурі $R_1 = 0,352 \text{ Ом}$;

- індукція у повітряному проміжку $B_\delta = 0,75 \text{ Тл}$;

- довжина осердя ротора $l_{a2} = l_{a1} = 0,13 \text{ м}$;

- кількість пазів ротора $Z_2 = 38$;

- активний опір зведеної обмотки ротора у номінальному режимі $R'_2 = 0,2 \text{ Ом}$;

- струм зведеної обмотки ротора у номінальному режимі $I'_{2n} = 26,5 \text{ А}$;

- ширина зубця ротора $b_{z2} = 6,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$;

- пази ротора – напівзакриті грушоподібні (рис. 5, б). Їхні розміри: $h_{m2} = 0,0007 \text{ м}$; $b_{m2} = 0,002 \text{ м}$; $h_{n2} = 0,032 \text{ м}$;

- сумарні механічні та вентиляційні втрати $P_{\text{мех}} + P_{\text{вен}} = 120 \text{ Вт}$;

- додаткові втрати у номінальному режимі $P_{\text{доп}} = 85 \text{ Вт}$;

- сума спадів магнітної напруги у зубцях і ярмі ротора $F_{za2} = 109 \text{ А}$;

- магнітопровід виготовляється із окисдованих листів сталі 2013 товщиною 0,5 мм;

- коефіцієнт заповнення магнітопроводу сталлю $k_c = 0,97$;

- початкове значення висоти паза статора $h_{n1n} = 17 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; крок оптимізації $\Delta h_{n1} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$;

- початкове значення довжини повітряного проміжку $\delta_n = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; крок оптимізації $\Delta \delta = 0,01 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

При розв'язуванні задачі вважатимемо, що розміри паза ротора і спади магнітної напруги в ньому залишаються незмінними, струм I'_{2n} не залежить від δ та h_{n1} , а струм I_1 обчислюватимемо за формулою

$$I_1 = \sqrt{I_\mu^2 + I'_{2n}^2},$$

де I_μ – струм намагнічування.

При зміні h_{n1} і δ змінюватимуться:

- 1) спад магнітної напруги F_δ в повітряному проміжку;
- 2) спад магнітної напруги F_{z1} в зубцях статора;
- 3) спад магнітної напруги F_{a1} в ярі статора;
- 4) струм I_μ намагнічування;
- 5) струм I_l статора;
- 6) основні втрати $P_{ст,осн}$ в сталі зубців та ярма статора;
- 7) поверхневі $P_{пов1}$ втрати в сталі статора;
- 8) пульсаційні $P_{пуль1}$ втрати в сталі статора;
- 9) поверхневі $P_{пов2}$ втрати в сталі ротора;
- 10) пульсаційні $P_{пуль2}$ втрати в сталі ротора;
- 11) втрати P_{a1} в обмотці статора;
- 12) втрати P_{a2} в обмотці ротора;
- 13) коефіцієнт віддачі η_n .

Розрахунок вказаних величин здійснюють таким чином.

1. Спад магнітної напруги в повітряному проміжку

$$F_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} \delta k_\delta,$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна проникність пустоти;

k_δ – коефіцієнт Картера, який обчислюють за формулою

$$k_\delta = k_{\delta1} k_{\delta2},$$

$k_{\delta1}$, $k_{\delta2}$ – коефіцієнти, які враховують зубчастість статора й ротора відповідно і розраховуються за формулами

$$k_{\delta1} = \frac{t_1}{t_1 - \gamma_1 \cdot \delta}; \quad k_{\delta2} = \frac{t_2}{t_2 - \gamma_2 \cdot \delta},$$

де

$$t_1 = \pi D / Z_1; \quad t_2 = \pi(D - 2\delta) / Z_2$$

– зубцева поділка статора й ротора відповідно;

$$\gamma_1 = \frac{(b_{u1}/\delta)^2}{5 + b_{u1}/\delta}; \quad \gamma_2 = \frac{(b_{u2}/\delta)^2}{5 + b_{u2}/\delta}.$$

2. Спад магнітної напруги в зубцях статора

$$F_{z1} = H_{z1} h_{n1},$$

де H_{z1} – напруженість магнітного поля у зубцях статора. Її обчислюють за характеристикою намагнічування $F_{z1} = H_{z1} h_{n1}$ сталі зубців статора для значення B_{z1}

$$B_{z1} = \frac{B_\delta \cdot l_\delta \cdot t_1}{b_{z1} \cdot l_{a1} \cdot k_c},$$

де b_{z1} – ширина зубця статора.

Ширину зубця статора обчислюють за формулою

$$b_{z1} = \frac{\pi(D + 2h_{n1})}{Z_1} - b_2,$$

де

$$b_2 = \frac{2S_{n1}}{h_1} - b_1,$$

– ширина дна паза;

$$h_1 = h_{n1} - h_{к1} - h_{u1}; \quad b_1 = \frac{S_{n1}}{h_1} - \frac{\pi h_1}{Z_1}.$$

3. Спад магнітної напруги в ярі статора

$$F_{a1} = H_{a1} L_{a1}$$

де H_{a1} – напруженість магнітного поля в ярі статора;

L_{a1} – довжина силової магнітної лінії у ярі статора.

Напруженість магнітного поля в ярі статора обчислюють за характеристикою намагнічування $H_{a1} = H_{a1}(B_{a1})$ сталі ярма статора для індукції

$$B_{a1} = \frac{B_\delta l_\delta \tau}{2h_a l_{a1} k_c},$$

де

$$h_a = (D_a - D) / 2 - h_{n1}$$

– висота ярма статора.

Довжину силової магнітної лінії в ярі статора обчислюють за формулою

$$L_{a1} = \frac{\pi(D_a - D)}{2 \cdot 2p}$$

де $p = 60 f_H / n_1$ – кількість пар полюсів обмотки двигуна.

4. Струм намагнічування

$$I_\mu = \frac{p(F_\delta + F_{z1} + F_{a1} + F_{z2})}{1,35 \cdot w_1 \cdot k_{об1}}.$$

5. Струм статора

$$I_l = \sqrt{I_\mu^2 + I_{2n}^2}.$$

6. Основні втрати в сталі зубців та ярма статора

$$P_{ст,осн} = p_{l,0/50} (1,8 m_{z1} B_{z1}^2 + 1,6 m_{a1} B_{a1}^2),$$

де $p_{l,0/50}$ – питомі втрати в сталі за частоти перемагнічування 50 Гц й індукції 1 Тл;

$$m_{z1} = Z_1 h_{n1} b_{z1} l_{a1} k_c \gamma_c;$$

$$m_{a1} = \pi(D_a - h_a) h_a l_{a1} k_c \gamma_c,$$

– маса сталі зубців та ярма статора відповідно;

$\gamma_c = 7800 \text{ кг} / \text{м}^3$ – густина сталі.

7. Поверхневі втрати в сталі статора

$$P_{пов1} = 0,8 \left(\frac{Z_2 n_1}{10000} \right)^{1,5} (B_{01} t_2 \cdot 10^3)^2 (t_1 - b_{u1}) Z_1 k_c l_{a1},$$

де

$$B_{01} = 0,5 \left(1 - e^{-1,6 b_{u2} / \delta} \right) k_\delta B_\delta$$

– амплітуда пульсацій магнітної індукції в повітряному проміжку над коронками зубців статора.

8. Пульсаційні втрати в сталі статора

$$P_{пуль1} = 0,11 \left(\frac{Z_2 n_1}{1000} B_{пуль1} \right)^2 m_{z1},$$

де

$$B_{пуль1} = \gamma_2 \delta B_{z1} / (2 t_1)$$

– амплітуда пульсацій магнітної індукції в зубцях статора.

9. Поверхневі втрати в сталі ротора

$$P_{\text{пов}2} = 0,9 \left(\frac{Z_1 n_1}{10000} \right)^{1,5} (B_{02} t_1 \cdot 10^3)^2 (t_2 - b_{u2}) Z_2 k_c l_{a2},$$

де

$$B_{02} = 0,5 \left(1 - e^{-1,6 b_{u1} / \delta} \right) k_{\delta} B_{\delta}$$

– амплітуда пульсацій магнітної індукції в повітряному проміжку над коронками зубців ротора.

10. Пульсаційні втрати в сталі ротора

$$P_{\text{пул}2} = 0,1 I \left(\frac{Z_1 n_1}{1000} B_{\text{пул}2} \right)^2 m_{z2},$$

де

$$m_{z2} = Z_2 h_{n2} b_{z2} l_{a2} k_c \gamma_c$$

– маса сталі зубців ротора;

$$B_{\text{пул}2} = \gamma_1 \delta B_{z2} / (2 t_2)$$

– амплітуда пульсацій індукції в зубцях ротора;

$$B_{z2} = \frac{B_{\delta} \cdot l_{\delta} \cdot t_2}{b_{z2} \cdot l_{a2} \cdot k_c}$$

– магнітна індукція в зубцях ротора.

11. Втрати в обмотці статора

$$P_{a1} = 3 I_1^2 \cdot R_1.$$

12. Втрати в обмотці ротора

$$P_{a2} = 3 I_{2n}^2 R'_2.$$

13. Коефіцієнт віддачі

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_n + \Sigma P},$$

де

$$\Sigma P = P_{a1} + P_{a2} + P_{\text{ст,осн}} + P_{\text{пов}1} + P_{\text{пул}1} + P_{\text{пов}2} + P_{\text{пул}2} + (P_{\text{мех}} + P_{\text{вен}}) + P_{\text{доп}}$$

– сумарні втрати в двигуні.

За вище розробленим алгоритмом створена програма. Вхідні дані, характеристики намагнічування сталі для зубців та ярма й питомі втрати зчитуються з файлів бази даних.

Висновки. Практична реалізація методу поєднаного пошуку для оптимізації функції багатьох змінних дозволяє визначати оптимальні параметри електричної машини, тобто до її параметричної оптимізації. Існує скінчена кількість видів і конструкційних схем електричних машин, остаточно кількісна оцінка переваг і недоліків яких може бути здійснена тільки для відомих параметрів машини. Тому вибір оптимальних виду і конструкційної схеми може бути здійснений шляхом розв'язування кількох задач параметричної оптимізації (за кількістю видів і конструкційних схем) з використанням математичних моделей, які враховують особливості кожного із варіантів.

У свою чергу, спосіб керування характеризується певними параметрами керування й вибір оптимального керування можна розглядати як оптимізацію параметрів алгоритму керування.

При визначенні оптимальних допусків їх значення також можна розглядати як своєрідні параметри електричної машини.

Проведені розрахунки оптимізації трифазного асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором, у якому цільовою функцією вибрано коефіцієнт віддачі

η_n у номінальному режимі, а параметрами оптимізації – висоту h_{n1} паза статора і довжину δ повітряного проміжку показали високу адекватність розробленого алгоритму.

Матеріал викладений зрозуміло, логічно, на належному навчальному та науковому рівні і може бути використаний як інженерами, які займаються моделюванням, проектуванням та виготовленням електричних машин, так і студентами спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка при вивченні дисципліни «Проектування і САПР електричних машин і апаратів» та при курсовому й дипломному проектуванні.

Список літератури

1. Проектування електричних машин: навч. посіб./ Д.В. Циленков, О.Б. Іванов, О.В. Бобров, В.В. Кузнецов, В.В. Артемчук, М.О. Баб'як; Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Д. : НТУ «ДП», 2020. – 408 с.
2. Конспект лекцій з дисципліни «Основи автоматизованого проектування електричних машин» Частина 1 [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», спеціалізації «Електричні машини і апарати» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: С.С. Цивінський. – Київ, 2018 - 131 с.
3. Оптимізація технологічних процесів [Електронний ресурс]: навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавр, за освітньою програмою «Технічні та програмні засоби автоматизації» спеціальністю 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: Л. Р. Ладієва., 2023. - 160 с.
4. Дослідження операцій. Частина 4: Нелінійне програмування: підручник / М. Я. Бартіш, І. М. Дудзяний. – Львів: ЛНУ ім. Івана Франка, 2011. - 208 с.
5. Перхач В. С. Математичні задачі електроенергетики. – Львів: Вища школа, 1982.
6. G. Lei, J. Zhu, Y. Guo, C. Liu, and B. Ma, "A review of design optimization methods for electrical machines," *Energies*, vol. 10, no. 12, 2017.
7. G. Bramerdorfer, J. A. Tapia, J. J. Pyrhonen, and A. Cavagnino, "Modern electrical machine design optimization: Techniques, Trends, and Best Practices," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 65, no. 10, pp. 7672–7684, 2018.
8. S. Stipetic, W. Miebach, and D. Zarko, "Optimization in design of electric machines: Methodology and workflow," in 2015 Intl Aegean Conference on Electrical Machines Power Electronics (ACEMP), 2015 Intl Conference on Optimization of Electrical Electronic Equipment (OPTIM) 2015 Intl Symposium on Advanced Electromechanical Motion Systems (ELECTROMOTION), 2015, pp. 441–448.
9. B. Ma, G. Lei and J. Zhu, "Design, manufacturing and optimization of PM-SMC motors," the 7th International Electric Drives Production Conference (EDPC), Würzburg, 2017, pp. 1-6.
10. Stipetic, S.; Miebach, W.; Zarko, D. Optimization in design of electric machines: Methodology and workflow. In *Proceedings of the 2015 International Aegean Conference on Electrical Machines & Power Electronics (ACEMP), 2015 International Conference on Optimization of Electrical & Electronic Equipment (OPTIM) & 2015 International Symposium on Advanced Electromechanical Motion Systems (ELECTROMOTION)*, Antalya İli, Turkey, 2–4 September 2015.
11. М. В. Бурштинський, М. В. Хай, Б. М. Харчишин. Непряме визначення обертового моменту досліджуваного електродвигуна / Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: "Електричні машини та електромеханічне перетворення енергії". – Х. : НТУ «ХПІ», 2018. – № 5 (1281). – С. 75–78. – Бібліогр.: 9 назв. – ISSN 2409-9295.
12. Хай, М., & Харчишин, Б. (2023). Математична модель розрахунку та оптимізації обмотки збудження явнополюсної синхронної машини. Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Проблеми удосконалення електричних машин і апаратів. Теорія і практика, (1 (9), 31–38. <https://doi.org/10.20998/2079-3944.2023.1.05>.

13. Хай М., Хай В., & Харчишин, Б. (2024). Математична модель розрахунку усталеного режиму і статичних характеристик явнополюсних синхронних машин. Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Проблеми удосконалювання електричних машин і апаратів. Теорія і практика, 1 (11), 52–59. <https://doi.org/10.20998/2079-3944.2024.1.10>.

References (transliterated)

1. Proyektuvannya elektrychnykh mashyn: navch. posib./ D.V. Tsyplenkov, O.B. Ivanov, O.V. Bobrov, V.V. Kuznetsov, V.V. Artemchuk, M.O. Bab'yak; Nats. tekhn. un-t «Dniprovs'ka politekhnika». – D. : NTU «DP», 2020. – 408 p.
2. Konspekt lektsiy z dystsypliny «Osnovy avtomatyzovanoho proektuvannya elektrychnykh mashyn» Chastyna 1 [Elektronnyy resurs]: navch. posib. dlya stud. spetsial'nosti 141 «Elektroenerhetyka, elektrotekhnika ta elektromekhanika», spetsializatsiyi «Elektrychni mashyny i aparaty» / KPI im. Ihorya Sikors'koho; ukklad.: S.S. Tsyvins'kyi. – Kyiv, 2018 - 131 p.
3. Optymizatsiya tekhnolohichnykh protsesiv [Elektronnyy resurs]: navchal'nyy posibnyk dlya zdobuvachiv stupenya bakalavr, za osvith'oyu prohramoyu «Tekhnichni ta prohramni zasobiv avtomatyzatsiyi» spetsial'nisty 151 «Avtomatyzatsiya ta komp'yuterno-intehrovani tekhnolohiyi» / KPI im. Ihorya Sikors'koho; ukklad.: L. R. Ladiyeva., 2023. - 160 p.
4. Doslidzhennya operatsiy. Chastyna 4: Neliniyne prohramuvannya: pidruchnyk / M. YA. Bartish, I. M. Dudzyanyy. – L'viv: LNU im. Ivana Franka, 2011. - 208 p.
5. Perkhach V. S. Matematychni zadachi elektroenerhetyky. – L'viv: Vyshcha shkola, 1982.
6. G. Lei, J. Zhu, Y. Guo, C. Liu, and B. Ma, “A review of design optimization methods for electrical machines,” *Energies*, vol. 10, no. 12, 2017.
7. G. Bramerdorfer, J. A. Tapia, J. J. Pyrhonen, and A. Cavagnino, “Modern electrical machine design optimization: Techniques, Trends, and Best Practices,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 65, no. 10, pp. 7672–7684, 2018.
8. S. Stipetic, W. Miebach, and D. Zarko, “Optimization in design of electric machines: Methodology and workflow,” in 2015 Intl Aegean Conference on Electrical Machines Power Electronics (ACEMP), 2015 Intl Conference on Optimization of Electrical Electronic Equipment (OPTIM) 2015 Intl Symposium on Advanced Electromechanical Motion Systems (ELECTROMOTION), 2015, pp. 441–448.
9. B. Ma, G. Lei and J. Zhu, “Design, manufacturing and optimization of PM-SMC motors,” the 7th International Electric Drives Production Conference (EDPC), Würzburg, 2017, pp. 1–6.
10. Stipetic, S.; Miebach, W.; Zarko, D. Optimization in design of electric machines: Methodology and workflow. In Proceedings of the 2015 International Aegean Conference on Electrical Machines & Power Electronics (ACEMP), 2015 International Conference on Optimization of Electrical & Electronic Equipment (OPTIM) & 2015 International Symposium on Advanced Electromechanical Motion Systems (ELECTROMOTION), Antalya İli, Turkey, 2–4 September 2015.
11. M. V. Burshtyn'skyi, M. V. Khai, B. M. Kharchyshyn. Nepryame vyznachennya obertal'noho momentu doslidzhuvanoho elektrodvyhuna / Visnyk Natsional'noho tekhnichnoho universytetu «KHPI». Seriya: "Elektrychni mashyny ta elektromekhanichne peretvorennia enerhiyi". – KH. : NTU «KHPI», 2018. – № 5 (1281). – S. 75–78. – Bibliohr.: 9 nazv. – ISSN 2409-9295.
12. Khai, M., & Kharchyshyn, B. (2023). Matematychna model' rozrakhunku ta optymizatsiyi obmotky zbudzhennya yavnapolyusnoyi synkhronnoyi mashyny. Visnyk NTU «KHPI». Seriya: Problemy udoskonalyuvannya elektrychnykh mashyn i aparativ. Teoriya i praktyka, (1 (9)), 31–38. <https://doi.org/10.20998/2079-3944.2023.1.05>.
13. Khai M., Khai V., & Kharchyshyn, B. (2024). Matematychna model' rozrakhunku ustalenooho rezhymu i statychnykh kharakterystyk yavnapolyusnykh synkhronnykh mashyn. Visnyk NTU «KHPI». Seriya: Problemy udoskonalyuvannya elektrychnykh mashyn i aparativ. Teoriya i praktyka, 1 (11), 52–59. <https://doi.org/10.20998/2079-3944.2024.1.10>.

Надійшла (received) 01.03.25

Відомості про авторів / About the authors

Хай Михайло Васильович (Khai Mykhailo Vasylovych) – кандидат технічних наук, доцент, Національний університет «Львівська політехніка», доцент кафедри електромехатроніки та комп'ютеризованих електромеханічних систем, тел. 093-346-00-32; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5207-4552>, e-mail: mykhailo.v.khai@lpnu.ua.

Ковальчук Андрій Іванович (Kovalchuk Andrii Ivanovych) – кандидат технічних наук, асистент, Національний університет «Львівська політехніка», тел. 098-067-67-10; e-mail: andrii.i.kovalchuk@lpnu.ua.

Харчишин Богдан Михайлович (Kharchyshyn Bohdan Mykhailovych) – кандидат технічних наук, доцент, Національний університет «Львівська політехніка», доцент кафедри електромехатроніки та комп'ютеризованих електромеханічних систем, тел. 095-105-14-71; e-mail: bohdan.m.kharchyshyn@lpnu.ua.