

*Є.В. СИЗОВ***РОЗРАХУНОК НЕВИЗНАЧЕНОСТЕЙ ОЦІНЮВАННЯ ЄМНОСТЕЙ ІЗОЛЯЦІЇ ТРИЖИЛЬНИХ СИЛОВИХ КАБЕЛІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ СУКУПНИХ ВИМІРЮВАНЬ**

У роботі розглянуто метод визначення індивідуальних ємнісних параметрів ізоляції трижильних силових кабелів з металевою оболонкою на основі результатів сукупних вимірювань. Наведено приклади обстеження ізоляції трижильного силового кабелю та результати розрахунку його часткових ємностей за двох різних частот прикладеної напруги. Для обробки результатів застосовано метод найменших квадратів, який дозволяє отримати оцінки параметрів за надлишкової кількості вимірювань. Описано підхід до оцінювання невизначеностей результатів на основі аналізу нев'язок, визначення стандартного відхилення та використання коефіцієнта Стюдента для формування розширених невизначеностей.

Ключові слова: електрична ємність, метод найменших квадратів, перевизначена система рівнянь, діагностика ізоляції.

*Y. SYZOV***CALCULATION OF UNCERTAINTIES IN THE ESTIMATION OF INSULATION CAPACITANCE FOR THREE-CORE POWER CABLES USING COMBINED MEASUREMENTS**

This paper examines a method for determining the individual capacitive insulation parameters of three-core power cables with a metal sheath based on the results of aggregate measurements. A mathematical model is proposed that describes the relationship between the measured quantities and the unknown parameters in the form of an overdetermined system of linear equations. The least squares method was used to process the results, which allows for the estimation of parameters based on an oversampled set of measurements. An approach to evaluating the uncertainties of the results is described, based on the analysis of inconsistencies, the determination of the standard deviation, and the use of the Student's *t*-statistic to calculate expanded uncertainties. Experimental studies were conducted involving 50 repeated aggregate measurements at frequencies of 10 and 100 kHz. Distribution graphs of the results were plotted, mean values were determined, and a comparison of the calculated and experimental parameters was performed. It is shown that the relative deviation between the estimated and experimental values does not exceed 2.65%, and all experimental values fall within the expanded uncertainties. The results confirm the effectiveness of the least squares method for determining the insulation parameters of power cables and the feasibility of using the proposed approach in diagnosing the technical condition of cable lines.

Keywords: electrical capacitance, least squares method, overdetermined system of equations, insulation diagnostics.

Вступ. Силові кабельні лінії є одним із ключових елементів систем електропостачання, що забезпечують передачу та розподіл електричної енергії. Значна частина кабельного господарства в Україні та інших країнах експлуатується протягом тривалого часу, що досить часто перевищує нормативний термін служби. У процесі експлуатації ізоляція кабелів зазнає старіння під дією електричних, теплових, механічних навантажень а також внаслідок підвищеної вологості, що призводить до поступового погіршення її діелектричних властивостей [1-4]. Старіння електричної ізоляції супроводжується збільшенням її діелектричних втрат, зміною електричної ємності об'єктів контролю, виникненням часткових розрядів та інших локальних дефектів. Це підвищує ймовірність аварійних відмов кабельних ліній, що, у свою чергу, може призвести до значних економічних втрат та порушення енергопостачання. У зв'язку з цим особливої актуальності набувають задачі своєчасної діагностики технічного стану ізоляції силових кабелів. На сьогодні для оцінювання стану ізоляції силових кабелів застосовується широкий спектр різних методів діагностики. Найбільш поширені методи засновані на вимірюваннях рівня тангенса кута діелектричних втрат ізоляції ($\text{tg}\delta$), аналізі часткових розрядів, застосуванні методів діелектричної спектроскопії, випробуваннях із застосуванням методу відновлюваної напруги та визначенні ємнісних параметрів досліджуваних об'єктів контролю [5-8]. В той же час, значна кількість існуючих методів контролю мають обмеження, пов'язані зі складністю реалізації, необхідністю застосування спеціалізованого обладнання або недостатньою чутливістю до початкових стадій деградації ізоляції. Одним із перспективних підходів є аналіз ємнісних параметрів ізоляції трижильних

силових кабелів, який дозволяє отримати інформацію про стан фазної ізоляції в трижильних силових кабелях з паперовою імпрегнованою ізоляцією [4]. Проте пряме визначення часткових ємностей є складною задачею, оскільки вимагає застосування спеціальних схемотехнічних методів усунення впливу сусідніх ізоляційних проміжків на результати контролю. В таких умовах ефективним інструментом визначення часткових ємностей є сукупні вимірювання із формуванням перевизначеної системи рівнянь та її наступним вирішенням шляхом застосування методу найменших квадратів, що дозволяє отримати оцінки невідомих параметрів із застосуванням надлишкової кількості вимірювань. Водночас важливим залишається питання оцінювання невизначеності отриманих результатів, що є необхідною умовою забезпечення достовірності діагностичних висновків [9-12].

У даній роботі розглядається підхід до визначення ємнісних параметрів ізоляції трижильних силових кабелів на основі сукупних вимірювань. Також наведено результати розрахунку розширеної невизначеності результатів відповідних вимірювань.

Мета статті полягає в дослідженні методу визначення ємнісних параметрів ізоляції трижильних силових кабелів на основі сукупних вимірювань із застосуванням методу найменших квадратів, а також оцінювання невизначеності отриманих результатів.

Математична модель розрахунків індивідуальних параметрів електричної ємності трижильного силового кабелю з металевою оболонкою. Трижильний силовий кабель з металевою оболонкою може бути представлений у вигляді схеми заміщення наведеної на рис. 1.

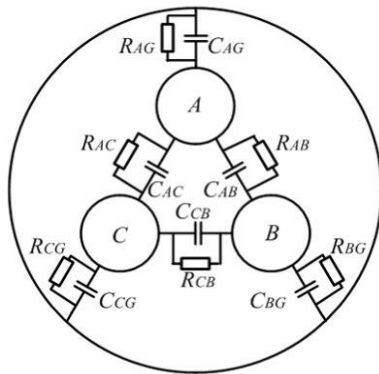


Рис. 1 Схема замощення трижильного силового кабелю з металеву оболонку з урахуванням ємнісних зв'язків між жилами кабелю а також між його жилами та оболонку: C_{AB}, C_{BC}, C_{AC} – невідомі часткові ємності між жилами кабелю C_{AG}, C_{BG}, C_{CG} – невідомі часткові ємності між кожною з жил та оболонку [1].

Для визначення індивідуальних ємнісних параметрів ізоляції трижильного силового кабелю використано результати сукупних вимірювань, отриманих за трьома схемами підключення [1, 4, 6]:

- C_A, C_B, C_C – за схемою: «Одна жила проти двох інших та оболонки»
- $C_{A_B}, C_{B_C}, C_{A_C}$ – за схемою: «Дві жили проти третьої та оболонки»
- C_{ABC_G} – за схемою: «Оболонка проти трьох жил»

На основі фізичної моделі кабелю та відповідних схем вимірювання встановлено зв'язок між вимірними величинами та невідомими параметрами ізоляції. Кожне вимірювання відображає не окрему ємність, а їх сукупну комбінацію, що визначається конфігурацією підключення. В результаті формується система лінійних рівнянь, у якій є невідомі індивідуальні ємнісні параметри, а коефіцієнти визначаються структурою вимірювальної схеми [1, 4].

$$\mathbf{x} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{y} \quad (1)$$

де $\mathbf{x} = [C_A, C_B, C_C, C_{A_B}, C_{B_C}, C_{A_C}, C_{ABC_G}]$ – вектор результатів вимірювань сукупних значень ємності, отриманих за трьома схемами підключення, $\mathbf{y} = [C_{AB}, C_{BC}, C_{AC}, C_{AG}, C_{BG}, C_{CG}]$ – вектор невідомих індивідуальних параметрів, елементи матриці \mathbf{C} визначають відсутність, чи наявність внеску певного ізоляційного проміжку в сукупне значення електричної ємності та можуть бути визначені у відповідності з виразом:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Оскільки кількість виконаних вимірювань сукупних значень електричної ємності перевищує кількість невідомих параметрів, система є перевизначеною та не має точного розв'язку. У зв'язку з цим визначаються не точні значення параметрів, а їх оцінки, які забезпечують краще узгодження з експериментальними даними.

Для цього вводяться нев'язки (δ), які

характеризують відхилення між вимірними та розрахованими значеннями [9].

$$\delta_i = x_i - \sum_{j=1}^6 C_{ij} y_j \quad (3)$$

де δ_i – нев'язка i -го вимірювання, x_i – результат i -го експериментального вимірювання електричної ємності, C_{ij} – коефіцієнт, що визначає внесок j -го шуканого параметра у i -те вимірювання та залежить від схеми підключення, y_j – невідомі індивідуальні ємнісні параметри ізоляції кабелю.

Метод найменших квадратів та оцінювання невизначеності результатів сукупних вимірювань.

Оскільки сформована система рівнянь (1) є перевизначеною, розрахунок невідомих індивідуальних ємнісних параметрів виконується із застосуванням методу найменших квадратів [1, 4]. Його використання дозволяє знайти такі оцінки параметрів, за яких забезпечується найкраще узгодження між експериментальними результатами вимірювань та значеннями, розрахованими за математичною моделлю. На першому етапі для кожного вимірювання визначаються нев'язки, що характеризують різницю між вимірними та розрахованими значеннями відповідних величин. Далі формується сума квадратів нев'язок, мінімізація якої є критерієм знаходження оцінок невідомих параметрів. Такий підхід дозволяє врахувати одночасно всі результати вимірювань і отримати обґрунтований розв'язок перевизначеної системи рівнянь. Розв'язання задачі мінімізації приводить до нормальної системи рівнянь, яка формується на основі матриці коефіцієнтів (2) початкової системи та вектора результатів вимірювань. Розв'язок цієї системи дає оцінки індивідуальних ємнісних параметрів ізоляції трижильного силового кабелю. Після визначення оцінок параметрів виконується перевірка узгодженості моделі з експериментальними даними. Для цього повторно обчислюються нев'язки, на основі яких оцінюється сумарне відхилення розрахункових значень від результатів вимірювань. Чим меншими є нев'язки, тим краще побудована модель описує реальний об'єкт дослідження. Для кількісної оцінки точності отриманих результатів визначається стандартне відхилення, яке характеризує рівень випадкового розсіювання нев'язок. Воно обчислюється з урахуванням числа ступенів свободи, що дорівнює різниці між кількістю виконаних вимірювань та кількістю невідомих параметрів. Таким чином враховується, що частина експериментальної інформації була використана для визначення самих оцінок параметрів. Подальший етап полягає у визначенні стандартних невизначеностей оцінок невідомих параметрів. Для цього використовуються характеристики нормальної системи рівнянь, які відображають структуру взаємозв'язку між вимірними величинами та невідомими параметрами. У результаті для кожної невідомої ємності отримується її стандартна невизначеність. Остаточою для подання результатів у довірчій формі обчислюються розширені невизначеності [4, 10, 12]. Вони визначаються на основі стандартних невизначеностей із використанням коефіцієнта Стюдента, значення якого залежить від числа ступенів свободи та заданого рівня довіри. Це дозволяє отримати результати оцінювання індивідуальних параметрів у вигляді значення

параметра та інтервалу, в межах якого з заданою довірчою імовірністю знаходиться його істинне значення.

Таким чином, застосування методу найменших квадратів у поєднанні з розрахунком невизначеностей дозволяє не лише отримати індивідуальні ємнісні параметри ізоляції на основі сукупних вимірювань, але й оцінити невизначеність отриманих результатів, що є важливим для подальшого використання цих даних у задачах діагностики технічного стану кабельної ізоляції.

Експериментальні результати сукупних вимірювань. Для визначення індивідуальних ємнісних параметрів ізоляції трижильного силового кабелю проведено серію сукупних вимірювань за трьома схемами підключення [1, 3, 4]. Для кожної схеми виконано 50 повторних вимірювань електричної ємності при частотах прикладеної напруги 10 кГц та 100 кГц. Результати розрахунку середніх арифметичних значень сукупних величин електричної ємності наведено в табл. 1.

Таблиця 1 – Середні арифметичні результатів вимірювань сукупних значень електричної ємності

Сукупне значення ємності	Частота тестової напруги	
	10 кГц	100 кГц
C_A , пФ	536.938	519.85
C_B , пФ	533.484	517.138
C_C , пФ	517.824	501.384
$C_{A B}$, пФ	872.27	844.55
$C_{B C}$, пФ	844.204	817.51
$C_{A C}$, пФ	859.054	831.452
$C_{ABC G}$, пФ	977.508	945.324

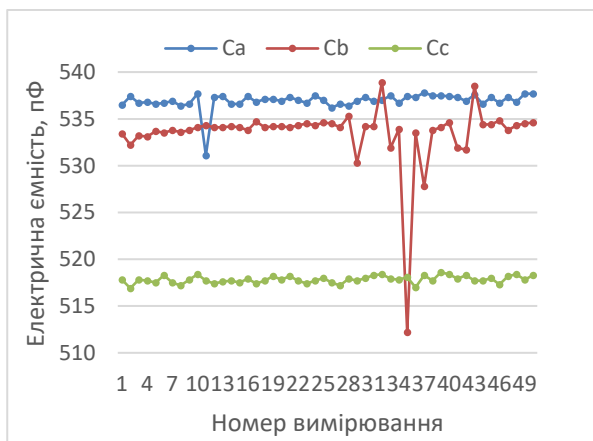


Рис. 2 Результати повторних вимірювань за схемою «Одна жила проти двох інших та оболонки» при частоті прикладеної напруги 10 кГц.

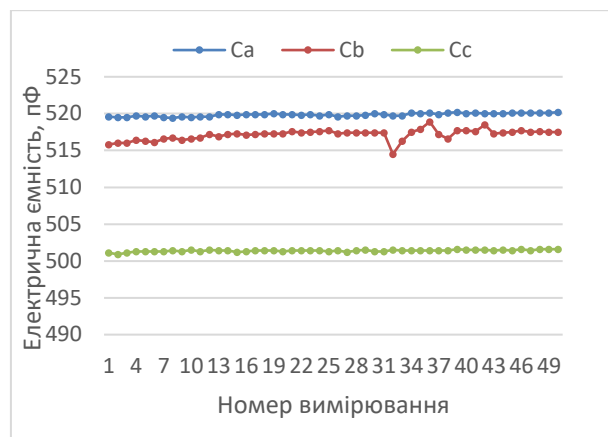


Рис. 3 Результати повторних вимірювань за схемою «Одна жила проти двох інших та оболонки» при частоті прикладеної напруги 100 кГц.

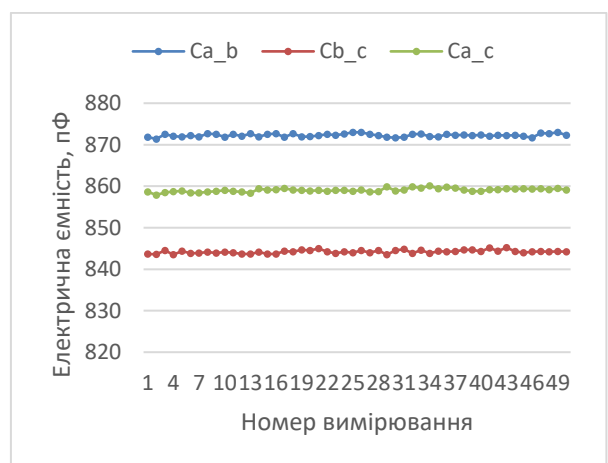


Рис. 4 Результати повторних вимірювань за схемою «Дві жили проти двох інших та оболонки» при частоті прикладеної напруги 10 кГц.

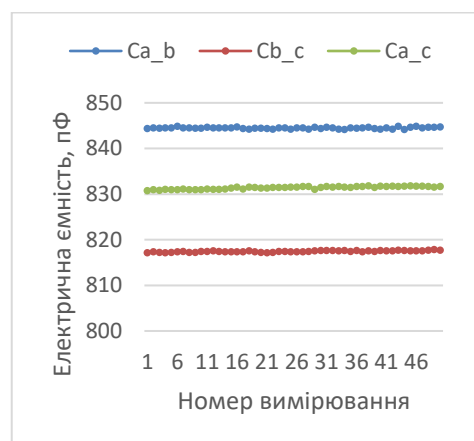


Рис. 5 Результати повторних вимірювань за схемою «Дві жили проти двох інших та оболонки» при частоті прикладеної напруги 100 кГц.

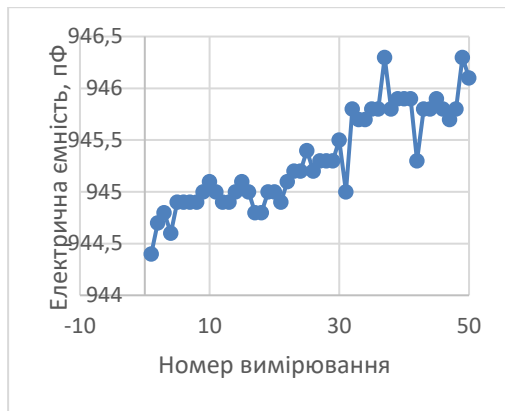


Рис. 6 Результати повторних вимірювань сукупної ємності C_{ABC_G} за схемою «Оболонка проти трьох жил» при частоті прикладеної напруги 10 кГц.

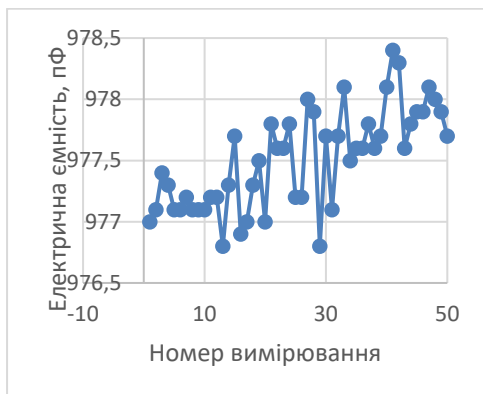


Рис. 7 Результати повторних вимірювань ємності C_{ABC_G} за схемою «Оболонка проти трьох жил» при частоті прикладеної напруги 100 кГц.

Порівняння часткових ємностей, визначених із застосуванням прямих та сукупних вимірювань. На основі результатів сукупних вимірювань із застосуванням методу найменших квадратів визначено індивідуальні ємнісні параметри ізоляції трижильного силового кабелю та проведено розрахунок їх розширеної невизначеності. Для оцінки точності отриманих результатів виконано їх порівняння з експериментально визначеними із застосуванням прямих вимірювань значеннями відповідних часткових ємностей. Результати вимірювань наведено в Таблиці 2 та Таблиці 3.

Таблиця 2 – Порівняння експериментальних даних, отриманих прямими вимірюваннями та розрахованих значень ємнісних параметрів трижильного силового кабелю при частоті прикладеної напруги 10 кГц

	Прямі вимірювання, пФ	Сукупні вимірювання із врахуванням розширеної невизначеності, пФ	Відхилення, %
C_{AB}	101.111	101.17 ± 30.74	0.06
C_{BC}	107.182	105.65 ± 30.74	1.43
C_{AC}	99.68	99.95 ± 30.74	0.27
C_{AG}	339.738	337.22 ± 30.74	0.75
C_{BG}	330.028	328.06 ± 30.74	0.60
C_{CG}	316.964	313.63 ± 30.74	1.05

Таблиця 3 – Порівняння експериментальних даних, отриманих прямими вимірюваннями та розрахованих (МНК) значень ємнісних параметрів трижильного силового кабелю при частоті прикладеної напруги 100 кГц

	Прямі вимірювання, пФ	Сукупні вимірювання із врахуванням розширеної невизначеності, пФ	Відхилення, %
C_{AB}	99.847	98.32 ± 30.87	1.53
C_{BC}	105.40	102.61 ± 30.87	2.65
C_{AC}	99.041	96.99 ± 30.87	2.15
C_{AG}	329.648	325.94 ± 30.87	1.12
C_{BG}	320.604	317.61 ± 30.87	0.93
C_{CG}	307.73	303.18 ± 30.87	1.48

Отримані результати демонструють високу ступінь узгодженості між експериментальними даними, отриманими прямими вимірюваннями, та розрахованими значеннями. Для частоти 10 кГц відносно відхилення не перевищує 1.43%, що свідчить про коректність застосованого методу оцінювання. При частоті 100 кГц максимальне відхилення становить 2.65%, що вказує на зростання розбіжностей зі підвищенням частоти. Проте, експериментальні значення параметрів знаходяться в межах інтервалів, визначених розширеними невизначеностями отриманих оцінок електричної ємності, що свідчить про узгодженість отриманих результатів.

Висновки. У роботі розглянуто підхід до визначення індивідуальних ємнісних параметрів ізоляції трижильного силового кабелю з металевою оболонкою на основі результатів сукупних вимірювань. Встановлено, що для обробки результатів сукупних вимірювань доцільно застосовувати метод найменших квадратів, оскільки він забезпечує отримання оцінок невідомих параметрів за умов наявності похибок вимірювання. Такий підхід дозволяє досягти найкращого узгодження між виміряними та розрахованими параметрами. Розглянуто підхід оцінювання невизначеностей результатів розрахунків індивідуальних ємнісних параметрів, який базується на аналізі нев'язок, оцінювання стандартного відхилення та використанні коефіцієнта Стюдента для формування розширених невизначеностей. Це дозволяє подати результати не лише у вигляді точкових оцінок, але й у вигляді довірчих інтервалів, що підвищує достовірність подальших діагностичних висновків. Результати порівняльного аналізу свідчать про узгодженість отриманих результатів розрахунків та реальних експериментальних значень, отриманих прямими вимірюваннями.

Список літератури:

- Костоков І. О., Фоцій М. Д., Сизов Є. В. Способи формування систем рівнянь при визначенні параметрів діелектричної абсорбції ізоляції трижильних силових кабелів із застосуванням сукупних вимірювань. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Енергетика: надійність та енергоефективність, № 1 (10) 2025. С. 75-80. doi: 10.20998/REE.2025.1(10).333372
- Сизов Є. В. Огляд методів контролю технічного стану ізоляції трьохжильних силових кабелів. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Проблеми удосконалення електричних машин і апаратів. Теорія і практика, № 1 (13) 2025.

- C. 85-91. doi:10.20998/2079-3944.2025.1.17
3. Kostiukov I. Measurement of dissipation factor of inner layers of insulation in three-core belted cables. *Lighting Engineering & Power Engineering*, 2021. P. 23-30. doi: 10.33042/2079-424X.2021.60.1.04
 4. Костиюков І. О. Особливості оцінювання часткових ємностей ізоляції трьохжильних силових кабелів із застосуванням сукупних вимірювань. *Український метрологічний журнал*. 2021. С. 15-20. doi: 10.24027/2306-7039.1.2021.228201
 5. Gen Li, Jie Chen Hongze Li, Libin Hu, Wenjun Zhou, Chengke Zhou and Mingzhen Li. Diagnosis and location of power cable faults based on characteristic frequencies of impedance spectroscopy. *Energies* 2022, 15, 5617. doi: 10.3390/en15155617
 6. Sayidul Morsalin, Toan Bao Phung, Michael Danikas, Damia Mawad. Diagnostic challenges in dielectric loss assessment and interpretation: a review. P. 767-782. doi: 10.1049/iet-smt.2018.5597
 7. Ramy S.A. Afia, Ehtasham Mustafa, Zoltán Ádám Tamus. Dielectric spectroscopy of low voltage nuclear power cables under simultaneous thermal and mechanical stresses. *Energy Reports* 6 (2020). P. 662–667. doi: 10.1016/j.egy.2020.11.155
 8. Saha T.K. Review of modern diagnostic techniques for assessing insulation condition in aged cables. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*. 2003. P. 903-917. doi: 10.1109/TDEI.2003.1237337
 9. Косуліна Н.Г. та ін. Метод найменших квадратів: навч.-метод. посіб. для студентів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної та заочної форми навчання інж спец. Харків. нац. техн. ун-т сіл. госп-ва ім. П. Василенка. – Харків: ХНТУСГ, 2020. – 25 с.
 10. Боцора О. А., Захаров І. П. Математичні основи оцінювання невизначеності вимірювань: навчальний посібник. Харків: ТОВ «Оберіг», 2025. – 136 с.
 11. Shchebeniuk, L. A., & Antonets, T. Y. (2016). Investigation of losses in insulation of high-voltage power cables with XLPE insulation. *Electrical Engineering & Electromechanics*, (4). P. 58–62. doi: 10.20998/2074-272X.2016.4.08
 12. Васілевський О. М., Кучерук В. Ю. Основи теорії невизначеності вимірювань : навчальний посібник. Вінниця : ВНТУ, 2012. – 171 с

References (transliterated)

1. Kostiukov I. O., Foshchii M. D., Syzov Ye. V. Sposoby formuvannya system rivnian pry vyznachenni parametriv dielektrychnoi absorbtzii izoliatsii tryzhylnykh sylovykh kabeliv iz zastosuvanniam sukupnykh vymiriuvan. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «KhPI»*. Serii: Enerhetyka: nadiinist ta enerhoefektyvnist, № 1 (10) 2025. Pp. 75-80 doi: 10.20998/EREE.2025.1(10).333372
2. Syzov Ye. V. Ohliad metodiv kontroliu tekhnichnoho stanu izoliatsii trokhzhyl'nykh sylovykh kabeliv. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «KhPI»*. Serii: Problemy udoskonaliuvannya elektrychnykh mashyn i aparativ. Teoriia i praktyka, № 1 (13) 2025. Pp. 85-91. doi:10.20998/2079-3944.2025.1.17
3. Kostiukov I., et al. Measurement of dissipation factor of inner layers of insulation in three-core belted cables. *Lighting Engineering & Power Engineering*, 2021. P. 23-30. doi: 10.33042/2079-424X.2021.60.1.04
4. Kostiukov I. O. Osoblyvosti otsiniuvannya chastkovykh yemnostei izoliatsii trokhzhyl'nykh sylovykh kabeliv iz zastosuvanniam sukupnykh vymiriuvan. *Ukrainskyi metrolohichnyi zhurnal*. 2021. S. 15-20. doi: 10.24027/2306-7039.1.2021.228201
5. Gen Li, Jie Chen Hongze Li, Libin Hu, Wenjun Zhou, Chengke Zhou and Mingzhen Li. Diagnosis and location of power cable faults based on characteristic frequencies of impedance spectroscopy. *Energies* 2022, 15, 5617. doi: 10.3390/en15155617
6. Sayidul Morsalin, Toan Bao Phung, Michael Danikas, Damia Mawad. Diagnostic challenges in dielectric loss assessment and interpretation: a review. P. 767-782. doi: 10.1049/iet-smt.2018.5597
7. Ramy S.A. Afia, Ehtasham Mustafab, Zoltán Ádám Tamusc. Dielectric spectroscopy of low voltage nuclear power cables under simultaneous thermal and mechanical stresses. *Energy Reports* 6 (2020). Pp. 662–667. doi: 10.1016/j.egy.2020.11.155
8. Saha T.K. Review of modern diagnostic techniques for assessing insulation condition in aged cables. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*. 2003. Pp. 903-917 doi: 10.1109/TDEI.2003.1237337
9. Kosulina N. H. ta in. Metod naimenshykh kvadratov: navch.-metod. posib. dlia studentiv pershoho (bakalavrskoho) rivnia vyshchoi osvity dennoi ta zaочноi formy navchannia inzh spets. Kharkiv. nats. tekhn. un-t sil. hosp-va im. P. Vasylenka. – Kharkiv: KhNTUSH, 2020. – 25 p.
10. Botsiura O.A., Zakharov I. P. Matematychni osnovy otsiniuvannya nevyznachenosti vymiriuvan: navchalnyi posibnyk. Kharkiv: TOV «Oberih», 2025. – 136 p.
11. Shchebeniuk, L. A., & Antonets, T. Y. (2016). Investigation of losses in insulation of high-voltage power cables with XLPE insulation. *Electrical Engineering & Electromechanics*, (4). Pp. 58–62. doi: 10.20998/2074-272X.2016.4.08
12. Vasilevskyi O. M., Kucheruk V. Yu. Osnovy teorii nevyznachenosti vymiriuvan : navchalnyi posibnyk. Vynnytsia : VNTU, 2012. 171 p

Надійшла (Received) 07.04.2026

Прийнята (Accepted) 20.04.2026

Опублікована (Published) 30.04.2026

Відомості про авторів / About the authors

Сизов Євгеній Вікторович (Syzov Yevgen) - аспірант кафедри теоретичних основ електротехніки НТУ «ХПІ» м. Харків; e-mail: yevhenii.syzov@ieec.khpi.edu.ua.