

*І.М. КОЛОДІЙ, Д.І. ЯКУНІН*

## ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРОПРИВОДУ НАХИЛУ КУЗОВА ШВИДКІСНОГО ЕЛЕКТРОПОЇЗДУ

**Вступ.** Підвищення швидкості руху рейкового транспорту обмежується впливом поперечних прискорень у кривих ділянках колії, що знижує комфорт і безпеку перевезень. Одним із ефективних технічних рішень є застосування систем нахилу кузова, для реалізації яких доцільно використовувати електромагнітні приводи на базі лінійних електродвигунів, що потребує обґрунтування їх параметрів. **Мета і задачі.** Метою дослідження є підвищення ефективності електромагнітного приводу системи нахилу кузова шляхом визначення раціональних параметрів лінійного електродвигуна. Для досягнення мети поставлено задачі побудови математичної моделі магнітного поля, визначення електромагнітних сил у робочому діапазоні переміщень та розв'язання задачі оптимізації параметрів двигуна. **Методи.** Розрахунок магнітного поля виконано методом скінченних елементів в аксіально-симетричній постановці з урахуванням геометрії та властивостей матеріалів. Для підвищення точності застосовано згущення сітки у повітряному зазорі. Електромагнітні сили визначено з використанням тензора напружень Максвелла шляхом інтегрування по замкненій поверхні. Оптимізацію параметрів реалізовано комбінованим методом, що поєднує генетичний алгоритм із локальним уточненням методом Нелдера–Міда. **Результати.** Отримано залежності електромагнітної сили від переміщення якоря в робочому діапазоні. Встановлено багатоекстремальний характер цільової функції та можливість досягнення необхідних силових характеристик при різних поєднаннях геометричних параметрів. Реалізовано комбінований алгоритм оптимізації, який забезпечує ефективний глобальний пошук та точне уточнення результатів. Визначено раціональні співвідношення параметрів лінійного електродвигуна, що забезпечують необхідний рівень електромагнітної сили при заданих обмеженнях. **Висновки.** Запропонований підхід дозволяє підвищити ефективність проектування електромагнітних приводів систем нахилу кузова та забезпечує отримання стабільних результатів при розв'язанні багатоекстремальних задач оптимізації. Результати можуть бути використані при створенні перспективного швидкісного рейкового електрорухомого складу.

**Ключові слова:** лінійний електродвигун, система нахилу кузова, швидкісний рейковий рухомий склад, магнітне поле, метод скінченних елементів, тензор напружень Максвелла, генетичний алгоритм, метод Нелдера–Міда, оптимізація параметрів.

*I. KOLODII, D. IAKUNIN*

## OPTIMIZATION OF PARAMETERS OF THE CAR BODY TILTING ELECTRIC DRIVE FOR A HIGH-SPEED ELECTRIC TRAIN

**Introduction.** Increasing the speed of railway transport is limited by lateral accelerations in curved track sections, which reduce passenger comfort and operational safety. Car body tilting systems are an effective solution, and their implementation based on electromagnetic drives with linear electric motors requires justified parameter determination. **Purpose and objectives.** The purpose of the study is to improve the efficiency of an electromagnetic drive for a car body tilting system by determining rational parameters of a linear electric motor. The objectives include developing a magnetic field model, determining electromagnetic forces within the operating displacement range, and solving the parameter optimization problem. **Methods.** The magnetic field is calculated using the finite element method in an axisymmetric formulation with consideration of geometry and material properties. Mesh refinement is applied in the air gap to increase accuracy. Electromagnetic forces are determined using the Maxwell stress tensor through integration over a closed surface. Parameter optimization is performed using a combined approach that integrates a genetic algorithm with local refinement by the Nelder–Mead method. **Results.** Dependencies of electromagnetic force on armature displacement are obtained within the operating range. The objective function is shown to be multi-extremum, with required force values achieved by different combinations of geometric parameters. A combined optimization algorithm is implemented, ensuring efficient global search and accurate refinement. Rational parameter relationships of the linear electric motor are determined to provide the required electromagnetic force under given constraints. **Conclusions.** The proposed approach improves the efficiency of designing electromagnetic drives for car body tilting systems and ensures stable results when solving multi-extremum optimization problems. The results can be applied in the development of advanced high-speed railway rolling stock.

**Keywords:** linear electric motor, car body tilting system, high-speed railway rolling stock, magnetic field, finite element method, Maxwell stress tensor, genetic algorithm, Nelder–Mead method, parameter optimization.

**Вступ.** На сучасному етапі розвитку швидкісного рейкового транспорту зростають вимоги до комфорту, безпеки та енергоефективності рухомого складу. Одним із напрямів удосконалення таких систем є застосування технологій нахилу кузова, що дозволяють підвищити швидкість проходження кривих ділянок без зниження рівня безпеки та комфорту пасажирів. Проте будь-яка додаткова система потребує збільшення споживання енергії. Тому особливої актуальності набуває розробка ефективних електроприводів нахилу кузова, зокрема на основі лінійних електродвигунів.

Проектування таких систем є складною багатопараметричною задачею, що характеризується наявністю значних обмежень, нелінійністю процесів та багатоекстремальністю цільових функцій. Традиційні детерміновані методи оптимізації виявляють недостатню ефективність через залежність результату від початкових умов та ризик потрапляння у локальні мінімуми. Це

обумовлює необхідність застосування сучасних стохастичних методів оптимізації, здатних забезпечити пошук глобально оптимальних рішень.

**Аналіз стану питання.** Підвищення швидкості рухомого складу є одним із пріоритетних напрямів розвитку залізничних систем. Але реалізація високих швидкостей на існуючій інфраструктурі обмежується умовами проходження кривих ділянок колії, де виникають значні непогашені бічні прискорення. Це призводить до зниження комфорту пасажирів, підвищеного зносу елементів колії та рухомого складу, а також обмежує допустиму швидкість руху. Як зазначено вище, одним із найбільш ефективних технічних рішень цієї проблеми є застосування систем нахилу кузова. Такі системи дозволяють частково компенсувати дію відцентрових сил за рахунок нахилу у бік центра кривої, що забезпечує підвищення швидкості руху без суттєвого погіршення умов комфорту. У світовій практиці

© Колодій І.М., Якунін Д.І., 2026

реалізовано різні типи систем нахилу – пасивні, активні та напіваактивні, які відрізняються принципами формування кута нахилу та складністю реалізації. Найпривабливішими виглядають саме активні системи нахилу, що використовують приводи різного типу для керування положенням кузова. Найбільш поширеними є гідравлічні та електромеханічні системи. Гідравлічні приводи забезпечують значні зусилля та швидкодію, однак мають складну конструкцію, потребують регулярного обслуговування та характеризуються втратами енергії. Електромеханічні системи є більш простими в експлуатації, але можуть мати обмеження за динамічними характеристиками.

Перспективним напрямом є використання електромагнітних приводів, зокрема на базі лінійних електродвигунів. Такі приводи дозволяють реалізувати безпосереднє створення поступального зусилля без застосування проміжних механічних передач, що підвищує надійність та потенційно зменшує втрати енергії. Водночас проектування лінійних двигунів для систем нахилу кузова пов'язане з необхідністю точного визначення електромагнітних сил та їх залежності від геометричних і електричних параметрів.

Для аналізу електромагнітних процесів у таких пристроях широко застосовується метод скінченних елементів, який дозволяє враховувати складну геометрію, неоднорідність матеріалів та нелінійні магнітні властивості. Особливої точності потребує розрахунок магнітного поля у робочому зазорі, оскільки саме він визначає величину електромагнітного зусилля. Для цього застосовуються уточнені підходи до побудови розрахункової області та генерації кінцево-елементної сітки.

Окремою задачею є визначення електромагнітних сил, що діють на рухомі елементи приводу. У сучасних дослідженнях для цього широко використовується тензор напружень Максвелла, який дозволяє визначати сили через інтегрування параметрів магнітного поля по замкненій поверхні. Такий підхід забезпечує достатню точність при аналізі силових характеристик електромагнітних систем.

Суттєвою проблемою при проектуванні лінійних електродвигунів є оптимізація їх параметрів. Ця задача є багатопараметричною та багатоекстремальною, оскільки однакові значення цільової функції можуть досягатися при різних комбінаціях геометричних та електричних параметрів. Традиційні детерміновані методи оптимізації часто залежать від вибору початкової точки та можуть збігатися до локальних мінімумів, що знижує ефективність пошуку.

У зв'язку з цим у сучасних дослідженнях все ширше застосовуються стохастичні методи оптимізації, зокрема генетичні алгоритми. Вони базуються на принципах еволюційного відбору та дозволяють виконувати глобальний пошук у складному багатовимірному просторі параметрів. Разом із тим, генетичні алгоритми характеризуються обмеженою точністю визначення оптимуму, що зумовлює доцільність їх комбінування з локальними методами, такими як метод Нелдера–Міда, для уточнення отриманих результатів.

Таким чином, аналіз сучасного стану питання

показує, що підвищення ефективності систем нахилу кузова швидкісного рейкового рухомого складу потребує комплексного підходу, який включає точне моделювання електромагнітних процесів у приводах, визначення силових характеристик та застосування ефективних методів оптимізації параметрів. При цьому особливо актуальним є використання комбінованих підходів, що поєднують чисельні методи аналізу з сучасними алгоритмами глобальної та локальної оптимізації.

**Аналіз основних досягнень і літератури.** У сучасних дослідженнях, присвячених підвищенню ефективності швидкісного рейкового електрорухомого складу, значна увага приділяється вдосконаленню систем нахилу кузова, зокрема із застосуванням електромагнітних приводів на базі лінійних двигунів. Основною метою таких досліджень є забезпечення необхідного рівня електромагнітного зусилля при мінімальних масогабаритних показниках і енергоспоживанні.

У роботах [1, 2] сформовано підхід до розрахунку магнітних полів електромеханічних систем із використанням методу скінченних елементів [3]. Показано, що точність визначення параметрів електромагнітного поля значною мірою залежить від коректності задання розрахункової області та параметрів дискретизації, особливо в зоні повітряного зазору. Саме ця область визначає силові характеристики лінійного двигуна.

У роботі [4] досліджено вплив форми робочого торця якоря та проставки статора лінійного двигуна на його тягову характеристику. Доведено доцільність застосування конічного торця якоря із відповідною йому формою проставки – через наближення форми тягової характеристики до навантажувальної у проміжку малих робочих зазорів. Проте вплив кута конічності, як суцільних, так і для порожнистих якоря та проставки – не досліджено.

У роботах [5–8] показано, що задача проектування лінійних двигунів є багатоекстремальною, оскільки однакові значення цільової функції можуть досягатися при різних поєднаннях геометричних параметрів. Це ускладнює застосування класичних методів оптимізації, які часто залежать від початкових умов і можуть не знаходити глобального оптимуму.

У роботах [5–7, 9] запропоновано застосування генетичних алгоритмів для розв'язання задач оптимізації в електромеханіці. Показано, що такі алгоритми дозволяють ефективно досліджувати багатовимірний простір параметрів та знаходити наближені глобальні оптимуми навіть за відсутності аналітичного опису цільової функції. Також у зазначених роботах обґрунтовано доцільність використання комбінованих підходів до оптимізації, які поєднують генетичні алгоритми з локальними методами уточнення рішення. Це дозволяє підвищити точність визначення оптимальних параметрів при збереженні здатності до глобального пошуку.

Таким чином, існуючі наукові результати формують основу для побудови ефективних методів аналізу та оптимізації електромагнітних систем, однак задача комплексного врахування особливостей лінійних двигунів у системах нахилу кузова потребує подальшого розвитку.

**Існуючі методи розв'язання задачі.** Розв'язання задачі визначення параметрів лінійного електродвигуна для систем нахилу кузова включає два основних етапи: 1 – розрахунок електромагнітного поля та силових характеристик; 2 – оптимізацію геометричних і електричних параметрів.

Для розрахунку електромагнітного поля найбільш поширеним є метод скінченних елементів. Його застосування дозволяє враховувати складну геометрію об'єкта, неоднорідність матеріалів і нелінійні магнітні властивості. При цьому ключовим фактором точності є адекватне формування розрахункової області та згущення сітки у критичних зонах, насамперед у повітряному зазорі.

Визначення електромагнітних сил здійснюється за допомогою тензора напружень Максвела, який дозволяє обчислювати силу через інтегрування параметрів магнітного поля по замкненій поверхні. Даний метод є універсальним і широко застосовується при аналізі електромеханічних систем.

Для оптимізації параметрів електромагнітних систем використовуються як детерміновані, так і стохастичні методи. До детермінованих належить, зокрема, метод багатогранника, що деформується (метод Нелдера–Міда). Його перевагою є простота реалізації та відсутність вимог до обчислення похідних, однак ефективність методу значною мірою залежить від вибору початкової точки і він може сходитися до локальних мінімумів.

Для подолання цих обмежень застосовуються генетичні алгоритми, які реалізують стохастичний пошук у просторі параметрів. Вони базуються на формуванні популяції можливих рішень і використанні операторів селекції, кросовера та мутації. Генетичні алгоритми дозволяють досліджувати складні багатоекстремальні функції та знаходити області глобального оптимуму.

Окремо слід виділити безперервні генетичні алгоритми, у яких параметри представлені дійсними числами. Це спрощує алгоритм та підвищує швидкість обчислень, що є важливим при розв'язанні задач з великою кількістю змінних.

Найбільш ефективним підходом є комбіновані методи оптимізації, у яких генетичний алгоритм використовується для глобального пошуку, а локальні методи (наприклад, Нелдера–Міда) — для уточнення знайденого рішення. Такий підхід дозволяє поєднати високу ймовірність знаходження глобального екстремуму з необхідною точністю результату.

Таким чином, існуючі методи розв'язання задачі базуються на поєднанні чисельного моделювання електромагнітних процесів та сучасних алгоритмів оптимізації, що забезпечує можливість ефективного проектування лінійних електродвигунів для систем нахилу кузова швидкісного рейкового рухомого складу.

**Мета роботи.** Метою даної роботи є розробка та дослідження комбінованого підходу до оптимізації параметрів електроприводу нахилу кузова на основі лінійного двигуна, що поєднує глобальний пошук із застосуванням генетичного алгоритму та локальне уточнення розв'язку задля мінімізації вартості активних матеріалів при дотриманні експлуатаційних та

конструктивних обмежень.

**Постановка задачі.** Для досягнення поставленої мети необхідно:

- сформулювати математичну модель електромагнітного поля лінійного двигуна з урахуванням його геометрії та властивостей матеріалів;
- визначити залежності електромагнітної сили від конструктивних параметрів;
- сформулювати цільову функцію та систему обмежень задачі оптимізації;
- обґрунтувати та застосувати ефективний метод оптимізації для знаходження раціональних параметрів двигуна.

Тобто досягнення мети потребує розв'язання багатопараметричної задачі оптимізації електромагнітного приводу, що забезпечує необхідні силові характеристики при заданих обмеженнях.

**Методи дослідження.** У роботі використано чисельні та оптимізаційні методи дослідження. Розрахунок магнітного поля лінійного двигуна виконано методом скінченних елементів з урахуванням геометрії та магнітних властивостей матеріалів. Визначення електромагнітних сил здійснено із застосуванням тензора напружень Максвела.

Для розв'язання задачі оптимізації параметрів використано комбінований підхід: глобальний пошук виконується за допомогою генетичного алгоритму, а уточнення отриманих результатів – методом Нелдера–Міда.

**Результати чисельного моделювання.** Дослідження впливу властивостей лінійного двигуна на його робочі характеристики

Серед трьох відомих типів лінійних електродвигунів – асинхронного, синхронного та двигуна постійного струму – останній є найбільш придатним для розглядуваного застосування [1]. При порівнянні плоских та коаксіальних варіантів двигунів перевагу слід надавати коаксіальним. Це зумовлено тим, що плоскі двигуни, незалежно від того, односторонні вони чи двосторонні, зазнають негативного впливу поздовжніх і поперечних крайових ефектів, що погіршують їхні робочі характеристики та енергоефективність. Коаксіальні конструкції, навпаки, принаймні не піддаються поперечним крайовим ефектам.

Оскільки тягові характеристики двигуна не повністю відповідають вимогам до навантаження механізму нахилу [2], у роботі запропоновано ввести зміни до конструкції елементів лінійного двигуна. Запропоновано:

- Виконати якір лінійного двигуна порожнистим та визначити раціональний діаметр отвору.
- Виконати проставку статора лінійного двигуна порожнистою та визначити раціональний діаметр отвору.
- Виконати торці якоря та проставки, що утворюють робочий зазор, конічними та дослідити вплив куту конічності на вигляд тягової характеристики.
- Дослідити вплив довжини проставки статора на тягові властивості двигуна.

Доведено, що якорі з радіусом отвору до 0,045 м повністю забезпечують необхідну силу для роботи

механізму. При радіусах понад 0,045 м механізм стає непридатним для виконання свого функціонального призначення.

Проаналізовано матеріал якоря на міцність при максимальному навантаженні, за умов наявності в ньому отвору, гранично допустимого радіусу. Результати дослідження показують, що напруження у матеріалі не перевищують допустимих, а запас міцності становитиме 18,1. Це дозволяє зробити висновок, що навіть при наявності у навантаженні значної динамічної складової міцність якоря не викликає сумніву. Абсолютне видовження якоря є незначущим. Маса порожнистого якоря на 28,03% менша за масу суцільного.

У результаті дослідження впливу діаметру отвору порожнистої проставки статора на тягові властивості двигуна визначено раціональний радіус отвору – до 0,045 м. Це забезпечує достатню силу втягування для стабільної роботи лінійного двигуна.

Аналіз матеріалу корпусу на міцність показав, що напруження у матеріалі не перевищують допустимих, запас міцності становитиме 18,8.

Абсолютне видовження проставки не чинитиме вплив на параметри системи. Відносно зменшення маси склало 3,46%.

Дослідження впливу конічності якоря та проставки на робочі властивості лінійного двигуна проведено із кутами конічності від 0 до 75 градусів з кроком у 15°.

Криві для кутів 0°, 15°, 30°, 45° лежать вище або близько до навантажувальної характеристики. Серед них, крива для кута 45° є раціональнішою – вона протягом усього робочого діапазону зазору проходить найближче до лінії навантажувальної сили. Це означає, що лінійний двигун при цьому куті працює з найменшим запасом по тязі, не перевантажуючи силові кола живлення, і при цьому повністю виконує своє функціональне призначення. Отже, раціональним є вибір кута нахилу торця якоря, близького до 45°, як найбільш енергетично ефективного та технічно доцільного.

Дослідження впливу довжини проставки статора на тягові властивості двигуна. Задля цієї мети варійовано довжину проставки статора  $L_p$  від 0 до 0,16 м із кроком у 0,02 м. Ескіз лінійного двигуна та результати розрахунку магнітного поля для проставки довжиною  $L_p = 0,1$  м та  $N = 0,03$  м наведені на рис. 1. Тягові криві для різних довжин проставки статора – на рис. 2.

З аналізу графіків рис. 2 слідує: довжини проставки статора від 0 до 60 мм є неприйнятними, оскільки відповідні криві втягувальної сили проходять нижче графіка навантажувальної сили, тобто двигун не забезпечує виконання свого функціонального призначення. Із прийнятних варіантів мінімальною є довжина проставки  $L_p = 80$  мм, адже крива для цієї довжини майже дотична до графіка навантаження.

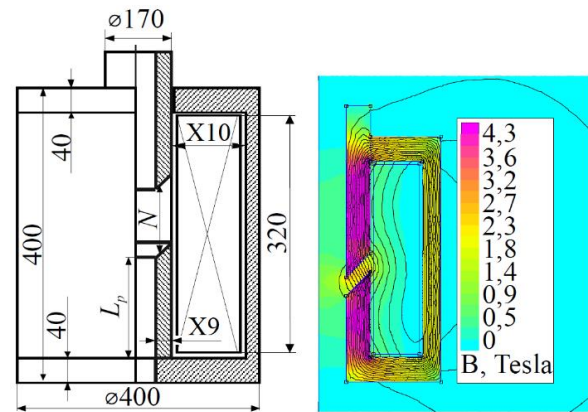


Рис. 1. Ескіз лінійного двигуна із видовженою конічною проставкою статора та якорем і результати розрахунку його магнітного поля

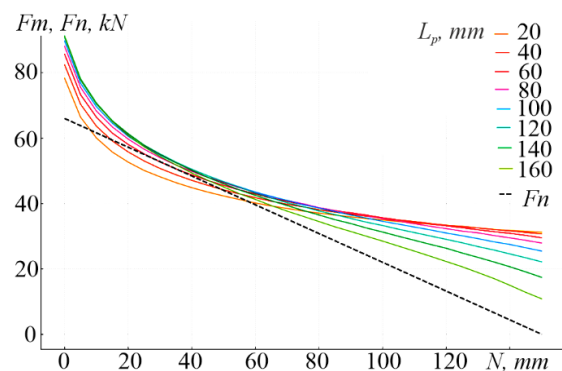


Рис. 2. Тягові криві для різних довжин проставки статора (кольорові) і навантажувальна сила (чорна пунктирна)

Також наочно показано, що у області великих робочих зазорів до навантажувальної характеристики наближаються графіки двигунів із найдовшими проставками. Втім, такий варіант потребує зміни конструкції корпусу лінійного двигуна. Тому раціонально обрати довжину проставки у межах від 0,08 до 0,14 м, для базової конструкції складає 0,1 м.

На підставі проведених попередніх досліджень як базову конструкцію обрано лінійний двигун з наступними параметрами, наведеними на рис. 1.

Вибір параметрів оптимізації. Для постановки задачі оптимізації параметрів електроприводу нахилу кузова електропоїзду визначимося зі значимими параметрами які впливають на працездатність та ефективність приводу.

Розташування координат шарнірів важелів механізму нахилу значно впливають як на стійкість екіпажної частини електропоїзду при проходженні кривих ділянок шляху так і на силові показники лінійного електродвигуна електроприводу нахилу кузова. Тому до першої групи параметрів обрано координати важелів механізму нахилу правого верхнього – як абсолютні координати  $X1 = 0,2 \dots 0,65$  м,  $X2 = 0,2 \dots 0,5$  м; правого нижнього – як відносні координати (доданок до координат верхнього шарніру)  $X21 = X2 - X1$ , тобто  $X3 = 0,1 \dots 0,5$  м,  $Y21 = Y1 - Y2$ , тобто  $X4 = 0,2 \dots 0,65$  м.

Як зазначено у роботі [2] важливим чинником, що визначає ефективність електроприводу є розташування координат кріплення лінійного електродвигуна в механізмі нахилу кузова. При нахилі кузова лінійний

двигун створює силу, що направлено повздовж вісі двигуна. Але в створенні моменту, повертає балку відносно миттєвого центру повороту приймає участь лише складова цього вектору, яка перпендикулярна миттєвому радіусу повороту. У зв'язку з тим, що миттєвий центр повороту механізму нахилу постійно зміщується не можливо однозначно обрати розташування двигуна при якому напрям вісі був перпендикулярним миттєвому радіусу повороту. Тому при обиранні координат кріплення лінійного двигуна необхідно визначити саме таке оптимальне положення при якому ефективність двигуна найбільша. Тобто до другої групи параметрів оберемо координати правого верхнього – як абсолютні координати  $X5 - 0,5...0,7$  м,  $X6 - 0,1...0,2$  м; правого нижнього –, тобто  $X7 - 0,7...1,3$  м,  $X8 - 0,5...0,7$  м (див. рис. 3).

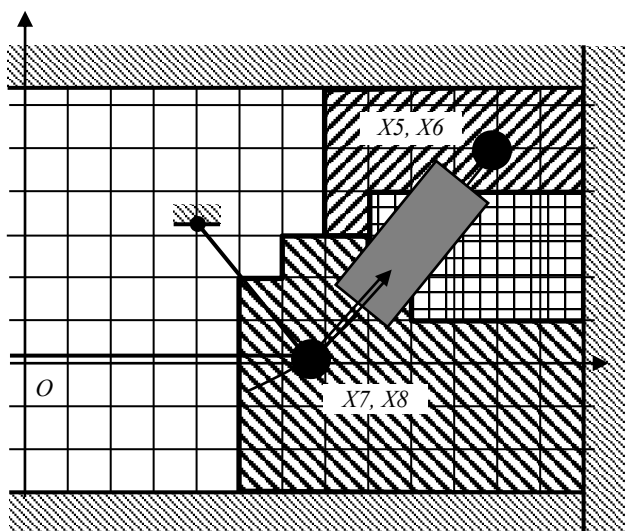


Рис. 3. Схема точок кріплення лінійних двигунів. Штриховкою позначено області, виключені з розрахунків через геометричні обмеження

До третьої групи в якості параметрів, що визначають ефективність лінійного двигуна приводу нахилу кузова, оберемо товщину осердя якоря ( $X9 - 0,01...0,08$  м) та ширину вікна котушки двигуна ( $X10 - 0,03...0,2$  м) (див. рис. 1). Ці параметри є лінійно незалежними та можуть однозначно визначити геометрію активних елементів лінійного двигуна втяжного типу, а параметри  $X1 - X10$  однозначно обумовлюють електропривод нахилу кузова швидкісного електропоїзду.

Затрати на експлуатацію приводу нахилу кузова складаються можливо представити у вигляді затрат життєвого циклу, що поєднують в затрати на створення механізму нахилу, затрати на втрати енергії та затрат на утилізацію системи. Останні входять до комплексу затрат при утилізації рухомого складу на етапі розробки враховуються комплексною конструкцією рухомого складу. Затрати на експлуатацію визначаються втратою енергії на роботи електроприводу нахилу кузова. Вони обумовлені, в першу чергу, планом та профілем колії, а також режимом руху електропоїзду.

Таким чином на етапі проектування в якості критерію ефективності електроприводу нахилу кузова раціонально застосувати затрати на розробку

електроприводу, основний вплив на які здійснює затрати на активні матеріали, а саме [10, 11]

$$P = P_{st} + P_c, \quad (1)$$

де  $P_{st}$ ,  $P_c$  – затрати на матеріали зі сталі, матеріали мідної обмотки, відповідно.

Затрати на активну сталь визначаються об'ємом електротехнічної сталі лінійного двигуна  $V_{st}$

$$P_{st} = V_{st} p_{st}, \quad (2)$$

де  $p_{st}$  – вартість  $1\text{ м}^3$  сталі, грн. (для розрахунків  $0,29 \cdot 10^6$  грн).

Затрати на активну сталь визначаються об'ємом електротехнічної сталі лінійного двигуна  $V_c$

$$P_c = V_c p_c, \quad (3)$$

де  $p_c$  – вартість  $1\text{ м}^3$  міді, грн. (для розрахунків  $4,9 \cdot 10^6$  грн).

$$V_c = 2\pi \left( \frac{X10}{2} + X9 + 0,045 \right)^* \cdot (X10 - 0,01)(H_{od} + 0,12) \quad (4)$$

$$V_{st} = 2\pi \left( \frac{X10}{2} + X9 + 0,045 \right)^* \cdot (X10 + X9 - K_2)(H_{od} + K_1 + 0,12) - V_c \quad (5)$$

де  $H_{od}$  – максимальний хід електродвигуна, який визначається за результатами моделювання за імітаційною моделлю [2] та залежить від положення важелів механізму нахилу ( $X1, X2, X3, X4$ ) та координат кріплення лінійного двигуна ( $X5, X6, X7, X8$ ),  $K_1$  та  $K_2$  – геометричні лінійно залежні розміри, що визначаються за умов рівностей площин поперечного перетину ділянок магнітопроводу лінійного двигуна (рис. 1). Рівність площин поперечного перетину є умовою рівномірності розподілу магнітної індукції у магнітопроводі та відсутності локальних додаткових магнітних опорів.

$$S_1 = S_2 = S_3, \quad (6)$$

де  $S_1$  – площа поперечного перетину осердя якоря,  $S_2$  – площа мінімального поперечного перетину осердя кришки статора,  $S_3$  – площа поперечного перетину осердя корпусу статора.

Площі поперечного перетину визначаються виразами за рис. 1:

$$S_1 = \frac{\pi}{4} (0,09X9 + X9^2), \quad (7)$$

$$S_2 = 2\pi K_1 (0,045 + X9), \quad (8)$$

$$S_3 = \frac{\pi}{4} \left( (0,045 + X9 + X10 + K_2)^2 - (0,045 + X9 + X10)^2 \right) \quad (9)$$

З урахуванням виразів (6) – (9) отримаємо вирази для геометричних лінійно залежних виразів:

$$K_1 = \frac{(0,09X9 + X9^2)}{2(0,045 + X9)}, \quad (10)$$

$$K_2 = \sqrt{(0,09X9 + X9^2) + (0,045 + X9 + X10)^2} - 0,045 - X9 - X10. \quad (11)$$

Таким чином вирази (1)–(5), (10) та (11) визначають цільову функцію щодо визначення ефективності

електроприводу нахилу кузова швидкісного електропоїзду.

Встановлення обмежень при оптимізації параметрів електроприводу нахилу кузова. Перша група обмежень пов'язана зі стійкістю екіпажу при проходженні кривих ділянок шляху. Він визначається за обмеження щодо коефіцієнту стійкості та визначається за регресійною моделлю, визначеною за результатами імітаційного моделювання

$$K_c(X1, X2, X3, X4) > 1,4 \dots 1,5. \quad (12)$$

До другої групи належать обмеження щодо компонування можливостей лінійного електродвигуна:

$$K_1(X9, X10) > 0,02 \text{ м}, \quad (13)$$

$$K_2(X9, X10) > 0,01 \text{ м}. \quad (14)$$

До третьої групи відносяться обмеження які встановлені на параметри оптимізації. Вони вказані вище, а також обмеження щодо зовнішнього діаметру, що не перевищує 1 м

$$D = 2(X9 + X10 + K_2 + 0.065) < 1. \quad (15)$$

До четвертої групи відносяться параметри щодо можливості працездатності лінійного приводу. Для визначення цих можливостей необхідно співвідношення тягових та навантажувальних характеристик електроприводу.

За результатами попередніх досліджень було визначено, що навантажувальна характеристика близька до лінійної, це підтверджується дослідженнями проведеними у роботі [2].

$$F_n = F_{n\max} - \frac{F_{n\max}}{H_{od}} x, \quad (16)$$

де  $F_{n\max}$  – максимальна сила навантаження,  $x$  – поточний хід електродвигуна.

Максимальна сила навантаження визначається за результатами імітаційного моделювання при максимальному значенні кута нахилу та залежить від положення важелів механізму нахилу ( $X1, X2, X3, X4$ ) та координат кріплення лінійного двигуна ( $X5, X6, X7, X8$ ) з урахуванням сил тертя у шарнірах механізму та динаміки навантаження.

Тягова характеристика двигуна близька до гіперболічної та у першому наближенні без урахування насичення [9] визначається виразом

$$F_m = \frac{B_\delta^2 S}{2 \mu_0} = \frac{\mu_0^2 S I^2}{2 x^2}, \quad (17)$$

де  $B_\delta$  – індукція у повітряному зазорі лінійного двигуна,  $S$  – площа поперечного перетину повітряного зазору,  $\mu_0$  – магнітна проникність повітря,  $I$  – магніто рушійна сила обмотки двигуна.

Тягова характеристика визначається при магніто рушійній силі обмотки що встановлюється геометрією тягового двигуна та визначається за виразом

$$I = J(X10 + 0.02)(H_{od} + 0.12), \quad (18)$$

де  $J$  – щільність струму в обмотці.

Враховуючи вирази (16) та (17) маємо критерій працездатності електроприводу за яким силі тяги перевищує на 5%...10 % силу навантаження при будь якому ході якоря

$$F_m \geq (1.05 \dots 1.1) F_n. \quad (19)$$

Провівши перетворення отримаємо

$$K_{kr} = \frac{\mu_0^2 S I^2}{2 x^2} - 1,1 F_{n\max} - \frac{1,1 F_{n\max}}{H_{od}} x \geq 0. \quad (20)$$

Зайдемо значення ходу двигуна при якому  $K_{kr}$  приймає мінімальне значення отримаємо

$$K_{kr} = \frac{\mu_0^2 S I^2}{2 x^2} - 1,1 F_{n\max} - \frac{1,1 F_{n\max}}{H_{od}} x \geq 0,$$

$$K_{kr} = \text{Min} \left( \frac{\mu_0 S I^2}{2 H_{od}^2}, \frac{\mu_0 S I^2}{2 x_{kr}^2} - 1,1 F_{n\max} - \frac{1,1 F_{n\max}}{H_{od}} x_{kr} \right) \geq 0, \quad (21)$$

де  $x_{kr}$  – хід магніту при якому спостерігається екстремум функції  $K_{kr}$  та визначається за виразом

$$x_{kr} = \sqrt[3]{\frac{\mu_0^2 S I^2}{2 F_{n\max}}}. \quad (22)$$

Таким чином обмеження (21) з урахуванням (22) надають можливість приблизно оцінити працездатність електроприводу та прискорюють процес пошуку оптимальних параметрів електроприводу.

Для подальшого уточнення працездатності електроприводу необхідно визначити тягову характеристику двигуна та порівняти її з навантажувальною.

Для визначення тягової характеристики запропоновано провести дослідження магнітного поля двигуна методом скінчених елементів з подальшим визначенням сили тяги за методикою наведеною [2].

Надалі визначається уточнене значення критерію (19).

Таким чином послідовне визначення обмежень за групами 1-4 забезпечує вирішення задачі умовної мінімізації та пришвидшує процес пошуку.

Як показали результати розв'язання тестових задач, широко застосовуваний метод деформованого багатогранника [5–8] характеризується суттєвою залежністю отриманого розв'язку від вибору початкової точки. Досягнення заданого рівня електромагнітної сили лінійного двигуна можливе при різних комбінаціях геометричних параметрів, причому в окремих випадках збіжність алгоритму взагалі не забезпечується. Це свідчить про наявність значної кількості локальних мінімумів, тобто про багатоекстремальний характер цільової функції. За таких умов доцільним є застосування оптимізаційних процедур, що поєднують детерміновані та стохастичні складові, які дозволяють уникати передчасної збіжності до локальних екстремумів і активувати пошуковий процес. Одним із таких підходів є використання генетичних алгоритмів [5–8, 9, 12].

Для задач оптимізації в електромеханіці доцільним є використання безперервних генетичних алгоритмів, у яких початкова множина рішень представлена не у вигляді бінарних хромосом, а як сукупність точок у просторі змінних параметрів. Такий підхід спрощує реалізацію алгоритму, оскільки усуває необхідність процедур кодування та декодування. Початкова популяція  $P^{(0)}$  формується випадковим чином, тоді як подальші покоління отримуються шляхом застосування генетичних операторів, зокрема рангового відбору за

принципом «рулетки», а також безперервних модифікацій кросовера і мутації. Узагальнений алгоритм функціонування безперервного генетичного підходу може бути поданий у вигляді відповідної послідовності дій, наведеної в роботах [5–8, 9].

Вхідними параметрами алгоритму є:  $a$  і  $b$  – вектори обмежень змінних (нижніх і верхніх),  $N$  – розмір популяції,  $r_p$  – доля батьківських пар,  $r_m$  – доля мутації,  $N_k$  – гранична кількість ітерацій. Вихідними параметрами є:  $(x, F_x)$  – найкраща точка.

1. Задати  $p = \dim(a)$ ,  $l = b - a$ ,  $N_p = [r_p \cdot N]$ ,  $n_p = [0,5 \cdot (N - N_p)]$ ,  $n_m = [(N - 1) \cdot r_m \cdot p]$ ,  $k = 1$ .

2. Для  $j = \overline{1, N}$  вирахувати  $P_j = a + l \cdot \text{Rand}(1, p)$ ,  $\Phi_j = F(P_j)$ .

3. Задати  $(\Phi, J) = \text{Sort}(\Phi)$ ,  $P = P(J)$ ,  $P_p = P(1 : N_p)$ .

4. Вирахувати  $(N_1, N_2) = \text{Roulette}(N_p, n_p)$ ,

$(p_1, p_2) = \text{Crossover } C(P_p, N_1, N_2)$ .

5. Задати  $P = (P_p, p_1, p_2)$ .

6. Вирахувати  $P = \text{Mutate } C(P, n_m)$ .

7. Для  $j = \overline{1, N}$  вирахувати  $\Phi_j = F(P_j)$ .

8. Задати  $(\Phi, J) = \text{Sort}(\Phi)$ ,  $P = P(J)$ ,  $P_p = P(1 : N_p)$ .

9. Припустити  $x = P$ ,  $F_x = \Phi_1$ .

10. Якщо  $k < N_k$ , Задати  $k = k + 1$  та перейти до п. 4.

11. Вихід.

На першому етапі алгоритму здійснюється ініціалізація основних параметрів генетичної процедури: кількості змінних  $p$ , вектора довжин інтервалів їх варіювання  $l$ , чисельності батьківської популяції  $N_p$ , кількості пар для схрещування  $n_p$ , числа мутацій  $n_m$ , а також лічильника ітерацій  $k$ .

На другому кроці випадковим чином формується початкова популяція точок  $P$  із використанням процедури генерації випадкових чисел  $\text{Rand}$ , після чого обчислюються значення векторної цільової функції  $\Phi$  для кожної особини.

Третій крок передбачає впорядкування популяції за значеннями цільової функції за допомогою процедури  $\text{Sort}$ . Відповідно до отриманого масиву індексів  $J$  виконується сортування множини точок  $P$ . Із впорядкованої сукупності обираються перші  $N_p$  особин, які формують так званий «батьківський пул»  $P_p$ .

На четвертому етапі за допомогою процедури  $\text{Roulette}$  із множини  $N_p$  батьківських особин визначаються  $n_p$  пар індексів  $N_1$  та  $N_2$ , що відповідають батьківським особинам для операції схрещування. Над відібраними парами виконується одноточковий безперервний кросовер (процедура  $\text{Crossover } C$ ), у результаті чого формуються два масиви нащадків  $p_1$  і  $p_2$ .

П'ятий крок полягає у формуванні проміжної популяції, що об'єднує батьківські особини та отриманих

нащадків.

На шостому етапі до сформованої популяції застосовується оператор безперервної мутації (процедура  $\text{Mutate } C$ ), який забезпечує варіативність рішень.

Сьомий та восьмий кроки передбачають повторне обчислення значень цільової функції для оновленої популяції та її подальше впорядкування.

На дев'ятому кроці визначається найкраща особина популяції відповідно до обраного критерію оптимізації.

Десятий крок полягає у перевірці умови завершення алгоритму. У разі її невиконання ітераційний процес продовжується. Таким чином, основний цикл генетичного алгоритму охоплює кроки 4–10.

Типові значення параметрів алгоритму за замовчуванням приймаються рівними:  $r_p = 0,5$  та  $r_m = 0,2$ .

Генетичним алгоритмам притаманний певний недолік, що полягає у відносно невисокій точності визначення оптимального розв'язку. Для його усунення у роботах [5–8, 9, 12] запропоновано використання комбінованого підходу, який передбачає застосування локальних методів оптимізації на завершальному етапі пошуку. Зокрема, після виконання глобального пошуку доцільно використовувати метод Нелдера–Міда для уточнення положення оптимуму [9, 13]. Така комбінація дозволяє підвищити ефективність алгоритму та забезпечити більш точне визначення глобального мінімуму.

Варто зазначити, що сучасні дослідження у сфері генетичних алгоритмів пропонують значну кількість варіацій реалізації основних операторів – кросовера, мутації та селекції [5–8, 9, 12]. Водночас у даній роботі прийнято, що на початковому етапі дослідження лінійного двигуна застосування генетичного алгоритму з використанням рулеткової селекції є достатнім для отримання репрезентативних результатів.

Таким чином, у якості базового методу оптимізації обрано комбінований генетичний алгоритм, у якому глобальний пошук реалізується за допомогою генетичного підходу з одноточковим кросовером і селекцією за принципом «рулетки», тоді як на завершальній стадії оптимізаційного процесу уточнення знайденого розв'язку здійснюється із застосуванням методу Нелдера–Міда [9, 13].

Згідно наведеної задачі оптимізації та за допомогою методу генетичного алгоритму, були отримані попередні дані рішення задачі умовної оптимізації. Хід рішення задачі наведений по координатами  $X1$ ,  $X2$ ,  $D_3$  на рис. 4. Початкова точка пошуку позначена кругом, а кінцева ромбом.

Як видно з цих рисунків, при рішенні задачі із багатьма екстремумами, пошук рішення проводився з урахуванням всієї множини можливих рішень. Тому отримане рішення знаходиться у зоні близької до глобального мінімуму. Числові значення проміжних результатів наведені у табл. 1.

Хід рішення задачі наведений на кінцевому етапі за методом Нелдера–Міда по координатами  $X1$ ,  $X2$  на рис. 5.

Як видно з цих рисунків, цей алгоритм дозволяє покращити точність визначення глобального мінімуму

без урахування значень у локальних мінімумах.

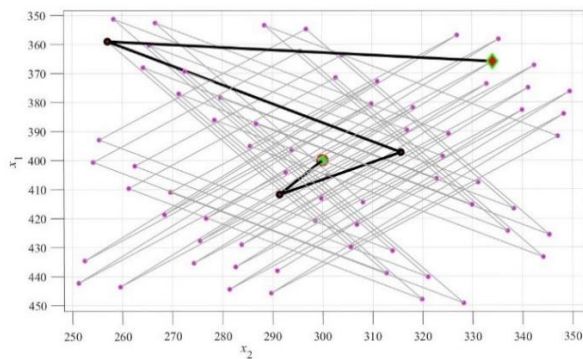


Рис. 4. Хід рішення задачі оптимізації параметрів електроприводу нахилу кузова методом генетичного алгоритму за координатами  $X1$  та  $X2$

Таблиця 1 – Результати попереднього обчислення параметрів електроприводу нахилу кузова за генетичним алгоритмом

Параметр	Величина	Параметр	Величина
$X1$	0,366 м	$X6$	0,00254 м
$X2$	0,334 м	$X7$	0,742 м
$X3$	0,154 м	$X8$	0,613 м
$X4$	0,538 м	$X9$	0,0672 м
$X5$	0,506 м	$X10$	0,104 м

Числові значення остаточних результатів наведені у табл. 2

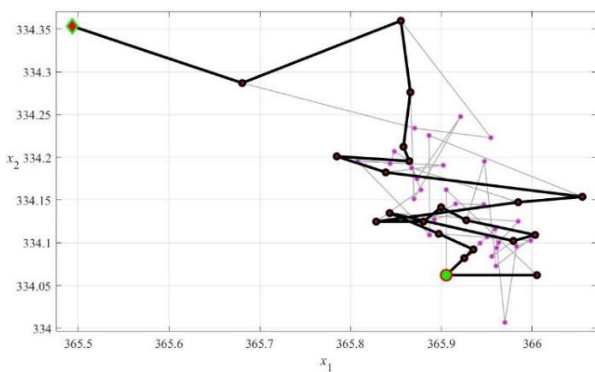


Рис. 5. Хід рішення задачі оптимізації параметрів електроприводу нахилу кузова за методом Нелдера-Міда за координатами  $X1$  та  $X2$

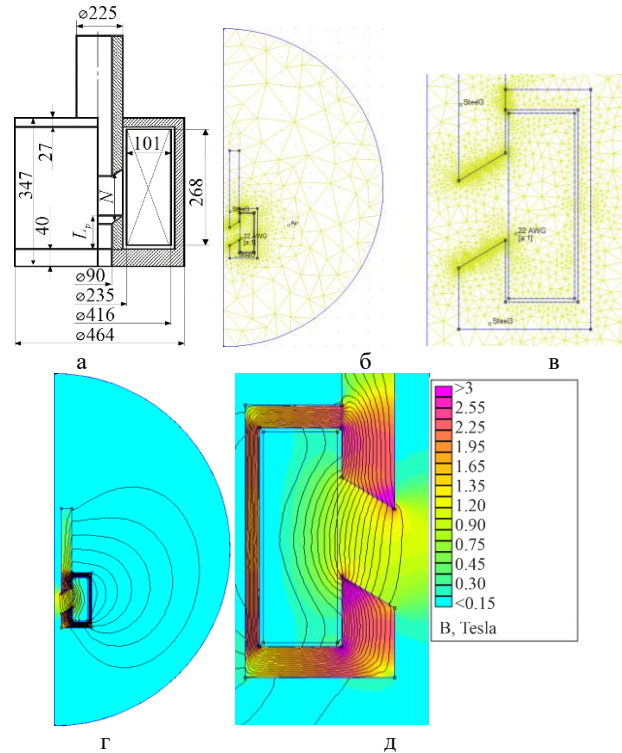
Таблиця 2 – Результати остаточного обчислення параметрів електроприводу методом Нелдера-Міда

Параметр	Величина	Параметр	Величина
$X1$	0,365 м	$X6$	0,0026 м
$X2$	0,334 м	$X7$	0,742 м
$X3$	0,155 м	$X8$	0,613 м
$X4$	0,538 м	$X9$	0,0675 м
$X5$	0,507 м	$X10$	0,101 м

На рис. 6 наведено результати розрахунку магнітного поля методом скінчених елементів [3, 12] для оптимальної конструкції двигуна електроприводу нахилу кузова. Розрахунки проведено для визначення обмеження за працездатністю. Параметри приводу приведено у табл. 2

На рис. 7 наведено тягові та навантажувальні

характеристики, які були отримані при визначанні обмеження за працездатністю. Сила, що створює лінійний двигун електроприводу нахилу кузова при будь яких значеннях ходу якоря перевищує на 10% силу опору, що вимагає обмеження за працездатністю (19).



А- ескіз лінійного двигуна; Б- розрахункова область, загальний вигляд; В- розрахункова область в зоні максимальних магнітних навантажень; Г- розподіл індукції магнітного поля та силові лінії, загальний вигляд; Д - розподіл індукції магнітного поля та силові лінії в зоні максимальних магнітних навантажень

Рис. 6. Результати розрахунку магнітного поля двигуна методом скінчених елементів за оптимальною геометрією

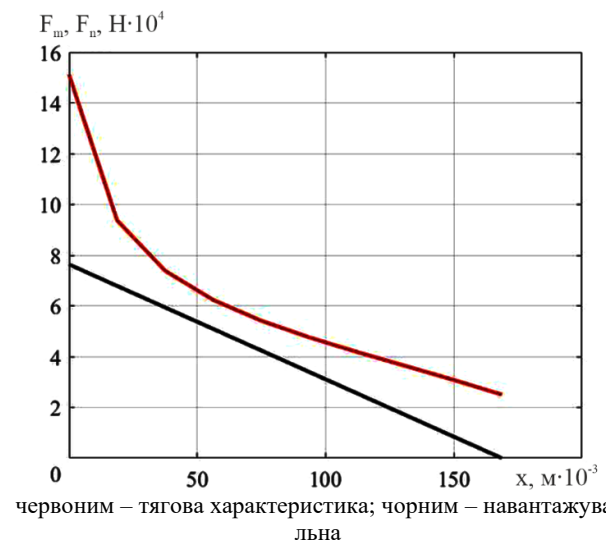


Рис. 7. Тягова та навантажувальна характеристика оптимального електроприводу нахилу кузова

За результатами вирішення задачі оптимізації параметри отримані наступні оптимальні параметри

електроприводу. Коефіцієнт стійкості складає 2,4587. МРС обмотки двигуна –  $1,7504 \cdot 10^5$  А, Хід якоря двигуна складає 0,169 м. Координати закріплення важелів механізму нахилу наведені у табл. 1.

Оптимальні параметри двигуна наведено на рис. 3.18 А складають:

- зовнішній діаметр 0,464 м;
- висота осердя статору 0,347 м
- товщина осердя корпусу статору 0,018 м;
- товщина кришки статору 0,027 м;
- товщина осердя якоря 0,0675 м;
- внутрішній діаметр котушки статору 0,235 м;
- зовнішній діаметр котушки статору 0,416 м;
- висота котушки статору 0,268 м.

Тягову та навантажувальну характеристика приводу наведено на рис 7,  $F_m, F_n = f(x)$ .

Об'єм активних матеріалів двигуна електроприводу нахилу кузова складає: активної сталі – 0,031 м<sup>3</sup>; міді обмотки – 0,0279 м<sup>3</sup>. При оптимізації параметрів двигуна об'єм міді обмотки було знижено на 25,4%, а об'єм активної сталі зріс на 19,2%.

Цільова функція – вартість активних матеріалів, в оптимальній конструкції складає 145 502 грн., що на 20,94% менш за конструкцію при якій відповідає усім обмеженням при вирішенні задачі оптимізації.

**Висновки.** До конструкції елементів лінійного двигуна внесено зміни, що мають за мету покращення узгодження тягової характеристики із навантажувальною та не чинять негативний вплив як на силові, так в на міцносні характеристики лінійного двигуна. Задля цього досліджено вплив низки параметрів на тягові характеристики лінійного двигуна.

Досліджено вплив діаметру отвору порожнистого якоря. Показано, що якорі з радіусом отвору до 0,045 мм повністю забезпечують необхідну силу для роботи механізму. При радіусах понад 0,045 м механізм стає непридатним для виконання свого функціонального призначення. Досліджено порожнистий якір на міцність. Напруження у матеріалі не перевищують допустимих і складають близько 12,1 МПа. Запас міцності 18,1. Відносне видовження 0,005%. Відносне зменшення маси якоря 28,03%.

Досліджено вплив діаметру отвору порожнистої проставки статора. Показано, що раціональним є радіус отвору проставки 0,045 м. Це забезпечує достатню силу втягування для стабільної роботи лінійного двигуна. Напруження у матеріалі не перевищують допустимих і складають близько 11,7 МПа. Запас міцності 18,8. Відносне видовження 0,006%. Відносне зменшення маси якоря 3,46%.

Досліджено вплив кіничності якоря та проставки. Показано, що раціональним є вибір кута нахилу торця якоря, близького до 45°, як найбільш енергетично ефективного та технічно доцільного.

Досліджено вплив довжини проставки статора. Показано, що раціонально обрати довжину проставки у межах від 0,08 до 0,14 м. Обрання довшої проставки наближає тягову характеристику до навантажувальної, але може потребувати зміни конструкції корпусу лінійного двигуна.

За результатами попередніх досліджень була

визначена базова конструкція лінійного двигуна для приводу нахилу кузова швидкісного електропоїзду зі зменшеним навантаженням на рейку.

Для визначення оптимальних параметрів електроприводу нахилу кузова запропоновано вирішення задачі умовної мінімізації параметрів приводу за критерієм мінімізації вартості активних матеріалів.

В якості критеріїв було обрано координати кріплення важелів механізму нахилу та лінійного двигуна, а також товщину осердя якоря та ширину вікна котушки двигуна, які є лінійнонезалежними та обумовлюють конструкцію приводу.

Для вирішення задачі умовної мінімізації на цільову функцію накладено чотири групи обмежень: обмеження за стійкістю кривих ділянок шляху, обмеження за компоновкою двигуна, обмеження на параметри оптимізації, обмеження за працездатністю. Для визначення обмеження за стійкістю запропоновано скористатися розробленою у розділі 2 регресійною моделлю коефіцієнту стійкості, що отримано на підставі планованого комплексу експериментів на імітаційній моделі. Для визначення обмеження за працездатністю запропоновано визначення тягової характеристики на основі розрахунку магнітного поля методом скінчених елементів у аксіально-симетричній постановці задачі. Для зменшення часу розрахунків запропоновано попередньо визначити обмеження за працездатністю на підставі аналітичних виразів.

За результатами вирішення задачі оптимізації параметри отримані наступні оптимальні параметри електроприводу. Коефіцієнт стійкості складає 2,4587. МРС обмотки двигуна –  $1,7504 \cdot 10^5$  А, Хід якоря двигуна складає 0,169 м. Координати закріплення важелів механізму нахилу та лінійного двигуна складають  $X1=0,365$  м;  $X2=0,334$  м;  $X3=0,155$  м;  $X4=0,538$  м;  $X5=0,507$  м;  $X6=0,0026$  м;  $X7=0,742$  м;  $X8=0,613$  м.

Оптимальні параметри двигуна, наведені на рис. 6 А складають: зовнішній діаметр 0,464 м; висота осердя статору 0,347 м товщина осердя корпусу статору 0,018 м; товщина кришки статору 0,027 м; товщина осердя якоря 0,0675 м; внутрішній діаметр котушки статору 0,235 м; зовнішній діаметр котушки статору 0,416 м; висота котушки статору 0,268 м.

Об'єм активних матеріалів двигуна електроприводу нахилу кузова складає активної сталі – 0,031 м<sup>3</sup>; міді обмотки – 0,0279 м<sup>3</sup>. При оптимізації параметрів двигуна об'єм міді обмотки було знижено 25,4%, а об'єм активної сталі зріс на 19,2%.

Цільова функція – вартість активних матеріалів, в оптимальній конструкції складає 145 502 грн., що на 20,94% менш за конструкцію при якій відповідає усім обмеженням при вирішенні задачі оптимізації.

#### Список літератури

1. Єрціян Б.Х., Любарський Б.Г., Якунін Д.І. Моделювання комбінованої системи нахилу кузова швидкісного рухомого складу залізничного транспорту. Східноєвропейський журнал передових технологій. – Харків, 2016.– №2/9(80). С. 4-17. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.66782>
2. Якунін Д. І. Електромеханічна система приводу з лінійним двигуном для нахилу кузовів швидкісного рухомого складу [Текст]. дис. ... канд. техн. наук за фахом 05.22.09.

- «Електротранспорт». НТУ «ХПІ». Харків, 2010. 202 с.
- David Meeker Finite Element Method Magnetics: 2013 MagneticsTutorial - URL:[http://www.femm.info/wiki/Magnetics\\_Tutorial](http://www.femm.info/wiki/Magnetics_Tutorial)
  - Якунін Д.І. Картамишев А.О. Моделювання роботи пристрою з модифікованим лінійним двигуном для нахилу кузова швидкісного рухомого складу. Вісник НТУ "ХПІ". Харків, 2014. № 22(1065). С. 67–72.
  - Нікуліна О.М., Северин В.П., Коцюба Н.В. Розробка інформаційної технології оптимізації управління складними динамічними системами. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Системний аналіз, управління та інформаційні технології. Харків: НТУ «ХПІ», 2020. № 2 (4). С. 63–69. – ISSN 2079 0023. – URI: <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/50285>
  - Северин В.П., Нікуліна О.М. Методи та алгоритми багатовимірної безумовної оптимізації: навч. посіб. Харків: НТУ «ХПІ», 2023. 160 с. URI: <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/67856>
  - Нікуліна О.М., Северин В.П. Чисельні методи моделювання та оптимізації управління динамічними системами: навч. посібник. Харків: НТУ «ХПІ», 2024. 144 с. URI: <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/73689>
  - Северин В.П., Нікуліна О.М. Методи та алгоритми одновимірної оптимізації: Навчальний посібник з навчальної дисципліни «Дослідження операцій» для студентів напрямку «Інформаційні технології». Харків: НТУ «ХПІ», 2025. 115 с. URI: <https://repository.kpi.kharkov.ua/items/30e90c7a-f2df-447d-aa54-e163f5b46573> <https://publish.khpi.edu.ua/catalog/book/651>
  - Лукашова Н. П. Підвищення ефективності роботи ходової частини рейкового міського транспорту з використанням електро-механічних амортизаторів: дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.22.09 Електротранспорт: Харківський нац. ун-т міського господарства ім. О. М. Бекетова. Харків, 2020. 162 с.
  - Любарський Б.Г., Буряковський С.Г., Хаустов О.Е., Стеценко М.Д. Визначення складових елементів трикомпонентного гібридного накопичувача енергії для plug-in енергетичної установці рухомого складу "Наука та прогрес транспорту" №3(111), 2025 <https://stp.ust.edu.ua/article/view/342275/330511> <https://doi.org/10.15802/stp2025/342275>
  - Khaustov, O., & Liubarskyi, B. (2025). Optimization of energy storage parameters of electric buses charged at terminal stops. *Transport Systems and Technologies*, (46). Retrieved from <https://tst.duit.in.ua/index.php/tst/article/view/441> DOI:10.32703/2617-9040-2025-46-6
  - Nikulina O., Severyn V., Kotsiuba N., Pashniev A., Usyk A. Development of information technology to optimize the speed of a steam generator control system with the identification of nonlinear models. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2025, Volume 4, Issue 2 (136), P. 102-109. URI: <https://journals.uran.ua/eejet/article/view/338164>
  - Любарський Б.Г. Теоретичні основи для вибору та оцінки перспективних систем електромеханічного перетворення енергії електрорухомого складу. дис. ... докт. техн. наук за спеціальністю 05.22.09 «Електротранспорт». Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут». Харків, 2014. 368 с.
  - Modeliuvannia kombinovanoi systemy nakhyly kuzovu shvydkisnogo rukhomoho skladu zaliznychnoho transportu. *Skhidnoievropeyskyi zhurnal peredovykh tekhnolohii*, 2/9(80), Pp. 4–17. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.66782>
  - Iakunin, D.I. (2010) Elektromekhanichna systema pryvodu z liniinym dvyhunom dlia nakhyly kuzoviv shvydkisnogo rukhomoho skladu. PhD thesis. NTU “KhPI”, Kharkiv.
  - Meeker, D. (2013) *Finite Element Method Magnetics: Magnetics Tutorial*. Available at: <http://www.femm.info/wiki/MagneticsTutorial>
  - Iakunin, D.I. and Kartamyshev, A.O. (2014) Modeliuvannia roboty prystroiu z modyfikovanyim liniinym dvyhunom dlia nakhyly kuzova shvydkisnogo rukhomoho skladu. *Visnyk NTU “KhPI”*, 22(1065), pp. 67–72.
  - Nikulina, O.M., Severyn, V.P. and Kotsiuba, N.V. (2020) Rozrobka informatsiinoi tekhnolohii optymizatsii upravlinnia skladnymy dynamichnymy systemamy. *Visnyk NTU “KhPI”*. Serii: Systemnyi analiz, upravlinnia ta informatsiini tekhnolohii, 2(4), Pp. 63–69. Available at: <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/50285>
  - Severyn, V.P. and Nikulina, O.M. (2023) *Metody ta alhorytmy bahatovymirnoi bezumovnoi optymizatsii*. Kharkiv: NTU “KhPI”. Available at: <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/67856>
  - Nikulina, O.M. and Severyn, V.P. (2024) *Chyselni metody modeliuvannia ta optymizatsii upravlinnia dynamichnymy systemamy*. Kharkiv: NTU “KhPI”. Available at: <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/73689>
  - Severyn, V.P. and Nikulina, O.M. (2025) *Metody ta alhorytmy odnovymirnoi optymizatsii*. Kharkiv: NTU “KhPI”. Available at: <https://repository.kpi.kharkov.ua/items/30e90c7a-f2df-447d-aa54-e163f5b46573>
  - Lukashova, N.P. (2020) Pidvyschennia efektyvnosti roboty khodovoi chastyny reikovooho miskoho transportu z vykorystanniam elektromekhanichnykh amortyzatoriv. PhD thesis. Kharkiv National University of Urban Economy named after O.M. Beketov, Kharkiv.
  - Liubarskyi, B.H., Buriakovskiy, S.H., Khaustov, O.E. and Stetsenko, M.D. (2025) Vyznachennia skladovykh elementiv trykomponentnoho hibrydnoho nakopychuvacha enerhii dlia plug-in enerhetychnoi ustanovky rukhomoho skladu. *Nauka ta prohres transportu*, 3(111). <https://doi.org/10.15802/stp2025/342275>
  - Khaustov, O. and Liubarskyi, B. (2025) Optimization of energy storage parameters of electric buses charged at terminal stops. *Transport Systems and Technologies*, (46). <https://doi.org/10.32703/2617-9040-2025-46-6>
  - Nikulina, O., Severyn, V., Kotsiuba, N., Pashniev, A. and Usyk, A. (2025) Development of information technology to optimize the speed of a steam generator control system with the identification of nonlinear models. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 4(2)(136), Pp. 102–109. Available at: <https://journals.uran.ua/eejet/article/view/338164>
  - Liubarskyi, B.H. (2014) Teoretychni osnovy dlia vyboru ta otsinky perspektyvnykh system elektromekhanichnoho peretvorennia enerhii elektrorukhomoho skladu. DSc thesis. NTU “KhPI”, Kharkiv.

Надійшла (Received) 05.02.2026  
 Прийнята (Accepted) 20.02.2026  
 Опублікована (Published) 30.04.2026

#### References (transliterated)

- Yeritsian, V.Kh., Liubarskyi, B.H. and Iakunin, D.I. (2016)

*Відомості про авторів / About the authors*

**Колодій Іван Миколайович (Kolodii Ivan)** – аспірант, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри електричного транспорту та тепловозобудування, м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-9583-2787>

**Якунін Дмитро Ігорович (Iakunin Dmytro)** – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри електричного транспорту та тепловозобудування, м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3995-3162>; e-mail: [unicomber@ukr.net](mailto:unicomber@ukr.net)